ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК СССР

Т. XVIII, № 2 СЕРИЯ ФИЗИЧЕСКАЯ 1954

В. А. ФОК

ОБ УРАВНЕНИИ ШРЕДИНГЕРА ДЛЯ АТОМА ГЕЛИЯ

Введение

Уравнение Шредингера для атома гелия в состоянии с нулевым моментом количества движения было впервые выведено в классических работах Гиллерааса, посвященных расчету атома гелия в основном состоянии [1]. Для краткости мы будем называть это уравнение уравнением Гиллерааса. Уравнение Гиллерааса соответствует задаче с тремя степенями свободы; в качестве независимых переменных естественно брать оба расстояния электронов от ядра и угол между их радиусами-векторами. Для удобства применения метода Ритца Гиллераас преобразовал свое уравнение к виду, в котором независимыми переменными являются три расстояния; варьируемая функция разлагалась по степеням этих трех расстояний. Тщательные вычисления Гиллерааса привели к хорошему совпадению с экспериментальным значением уровня энергии. Было, однако, замечено [2], что точное решение уравнения не допускает разложения указанного вида, причем вопрос о виде разложения оставался открытым.

Уровни энергии, получаемые в результате решения уравнения Гиллерааса, должны быть исправлены на конечное значение массы ядра и на релятивистские эффекты; но, чем тоньше вводимые поправки, тем точнее должны быть известны «неисправленные» значения уровней.

В последнее время, в связи с уточнением поправок, возникла потребность в более точном решении уравнения Гиллерааса [3]. Но очевидно, что уточнение решения возможно только при использовании разложений, действительно удовлетворяющих уравнению. Настоящая работа имеет целью указать форму такого разложения и дать метод последовательного получения его членов.

§ 1. Уравнение Гиллерааса и его преобразование

Если взять за независимые переменные расстояния r_1 и r_2 электронов от ядра и угол ϑ между направлениями от ядра на оба электрона, то уравнение Гиллерааса будет иметь вид

$$\frac{\partial^2\psi}{\partial r_1^2} + \frac{2}{r_1}\cdot\frac{\partial\psi}{\partial r_1} + \frac{\partial^2\psi}{\partial r_2^2} + \frac{2}{r_2}\cdot\frac{\partial\psi}{\partial r_2} + \left(\frac{1}{r_1^2} + \frac{1}{r_2^2}\right)\Delta^*\psi +$$

$$+ 2(E - V)\psi = 0. \tag{1,01}$$

Здесь величина $\Delta^*\psi$ означает оператор

$$\Delta^*\psi = \frac{1}{\sin\vartheta}\cdot\frac{\partial}{\partial\vartheta}\left(\sin\vartheta\,\frac{\partial\psi}{\partial\vartheta}\right). \tag{1,02}$$

Мы будем рассматривать в дальнейшем несколько более общее уравнение, в котором $\Delta^*\psi$ будет иметь вид оператора Лапласа на шаре

$$\Delta^*\psi = \frac{1}{\sin\vartheta}\cdot\frac{\partial}{\partial\vartheta}\left(\sin\vartheta\frac{\partial\psi}{\partial\vartheta}\right) + \frac{1}{\sin^2\vartheta}\cdot\frac{\partial^2\psi}{\partial\varphi^2}. \quad (1,03)$$

Физический смысл будут иметь только те решения, которые не зависят от угла φ.

Величина V есть потенциальная энергия, которая равна

$$V = -\frac{Z}{r_1} - \frac{Z}{r_2} + \frac{1}{\sqrt{r_1^2+r_2^2-2r_1r_2\cos\vartheta}}. \quad (1,04)$$

Все величины выражены здесь в атомных единицах. Чтобы включить в рассмотрение гелие-подобные атомы, мы полагаем заряд ядра равным Z.

Введем в качестве независимых переменных вместо r_1, r_2, ϑ, φ величины x, y, z, u, определяемые формулами

$$\left.\begin{aligned} x &= 2r_1r_2\sin\vartheta\cos\varphi,\\ y &= 2r_1r_2\sin\vartheta\sin\varphi,\\ z &= 2r_1r_2\cos\vartheta,\\ u &= r_1^2 - r_2^2. \end{aligned}\right\} \quad (1,05)$$

Если мы положим

$$R = \sqrt{x^2+y^2+z^2+u^2}, \quad (1,06)$$

то будем иметь

$$R = r_1^2 + r_2^2. \quad (1,07)$$

Составим оператор Лапласа в четырехмерном эвклидовом пространстве с координатами x, y, z, u:

$$\square\psi = \frac{\partial^2\psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2\psi}{\partial z^2} + \frac{\partial^2\psi}{\partial u^2}. \quad (1,08)$$

Нетрудно проверить, что

$$4R\square\psi = \frac{\partial^2\psi}{\partial r_1^2} + \frac{2}{r_1}\cdot\frac{\partial\psi}{\partial r_1} + \frac{\partial^2\psi}{\partial r_2^2} + \frac{2}{r_2}\cdot\frac{\partial\psi}{\partial r_2} + \left(\frac{1}{r_1^2}+\frac{1}{r_2^2}\right)\Delta^*\psi. \quad (1,09)$$

Поэтому уравнение Гиллерааса может быть написано в виде

$$2R\square\psi + (E-V)\psi = 0. \quad (1,10)$$

Здесь потенциальная энергия V есть однородная функция степени минус половина от новых переменных x, y, z, u, а именно:

$$V = -\frac{Z\sqrt{2}}{\sqrt{R+u}} - \frac{Z\sqrt{2}}{\sqrt{R-u}} + \frac{1}{\sqrt{R-z}}. \quad (1,11)$$

Если определить норму N функции ψ по формуле

$$N = 16\int|\psi|^2 r_1^2r_2^2\,dr_1\,dr_2\sin\vartheta\,d\vartheta\,d\varphi, \quad (1,12)$$

то в новых переменных

$$N = \int|\psi|^2\frac{1}{R}\,dx\,dy\,dz\,du. \quad (1,13)$$

Уровень энергии будет равен экстремальному значению выражения

$$W=\frac{2}{N}\int\left((\operatorname{grad}\ \psi)^2+\frac{V}{2R}\ \psi^2\right)dx\,dy\,dz\,du, \tag{1,14}$$

где для краткости положено

$$(\operatorname{grad}\psi)^2=\left(\frac{\partial\psi}{\partial x}\right)^2+\left(\frac{\partial\psi}{\partial y}\right)^2+\left(\frac{\partial\psi}{\partial z}\right)^2+\left(\frac{\partial\psi}{\partial u}\right)^2. \tag{1,15}$$

В последних двух формулах функция ψ предполагается вещественной.

Оператор $\Box\psi$ в уравнении Гиллерааса допускает группу вращений в пространстве x, y, z, u. Рассмотрим, например, поворот на 90° в плоскости u, z:

$$x=x', \quad y=y', \quad z=-u', \quad u=z' \tag{1,16}$$

и выразим переменные x', y', z', u' через новые* величины $r_1', r_2', \vartheta', \varphi'$ по формулам, аналогичным (1,05). Мы получим тогда соотношения

$$\left.\begin{aligned}
x&=2r_1r_2\sin\vartheta\cos\varphi=2r_1'r_2'\sin\vartheta'\cos\varphi=x',\\
y&=2r_1r_2\sin\vartheta\sin\varphi=2r_1'r_2'\sin\vartheta'\sin\varphi=y',\\
z&=2r_1r_2\cos\vartheta\qquad\quad\;=r_2'^2-r_1'^2=-u',\\
u&=r_1^2-r_2^2\qquad\qquad\quad\;=2r_1'r_2'\cos\vartheta'=z'.
\end{aligned}\right\} \tag{1,17}$$

В новых переменных уравнение Гиллерааса (1,01) сохранит свой вид, причем, однако, потенциальная энергия V будет равна

$$V=-\frac{Z\sqrt{2}}{\sqrt{r_1'^2+r_2'^2+2r_1' \quad \text{o}\ \vartheta'}}-\frac{Z\sqrt{2}}{\sqrt{r_1'^2+r_2'^2-2r_1'r_2'\cos\vartheta'}}+\frac{1}{r_1'\sqrt{2}}, \tag{1,18}$$

а в дифференциальном операторе, входящем в (1,01), переменные r_1, r_2, ϑ следует снабдить штрихами.

Нетрудно видеть геометрический смысл новых переменных (см. рисунок). Величина $r_1'\sqrt{2}$ есть длина диагонали AC, величина $r_2'\sqrt{2}$ — длина диагонали OB, а ϑ' — указанный на чертеже угол между диагоналями. Таким образом, преобразование (1,16) соответствует по существу переходу от сторон параллелограмма к его диагоналям.

§ 2. Уравнения Лапласа и Пуассона на четырехмерном шаре

При исследовании уравнения Гиллерааса мы будем пользоваться четырехмерными сферическими координатами, которые определяются формулами:

$$\left.\begin{aligned}
x&=R\sin\alpha\sin\vartheta\cos\varphi,\\
y&=R\sin\alpha\sin\vartheta\sin\varphi,\\
z&=R\sin\alpha\cos\vartheta,\\
u&=R\cos\alpha.
\end{aligned}\right\} \tag{2,01}$$

* Впрочем, новый угол φ' совпадает с прежним углом φ.

Сравнение этих формул с (1,05) дает

$$r_1 = \sqrt{R}\cos\frac{\alpha}{2}, \quad r_2 = \sqrt{R}\sin\frac{\alpha}{2}. \qquad (2,02)$$

Так как $0 < \alpha < \pi$, то обе величины r_1 и r_2 получаются положительными как и должно быть.

Четырехмерный оператор Лапласа $\square\psi$ в сферических координатах имеет вид

$$\square\psi = \frac{\partial^2\psi}{\partial R^2} + \frac{3}{R}\cdot\frac{\partial\psi}{\partial R} + \frac{1}{R^2}\square^*\psi, \qquad (2,03)$$

где $\square^*\psi$ — оператор Лапласа на четырехмерном шаре

$$\square^*\psi = \frac{1}{\sin^2\alpha}\left\{\frac{\partial}{\partial\alpha}\left(\sin^2\alpha\frac{\partial\psi}{\partial\alpha}\right) + \Delta^*\psi\right\}, \qquad (2,04)$$

а $\Delta^*\psi$ имеет значение (1,03).

Собственные функции оператора $\square^*\psi$ можно назвать четырехмерными шаровыми функциями. Эти функции хорошо известны*. Напомним основные их свойства.

Уравнение

$$\square^*\psi + (n^2 - 1)\psi = 0 \qquad (2,05)$$

имеет решения, конечные, однозначные и непрерывные на четырехмерном шаре (т. е. при $0 \leqslant \alpha \leqslant \pi$, $0 \leqslant \vartheta \leqslant \pi$, $0 \leqslant \varphi \leqslant 2\pi$) лишь при целочисленных значениях n $(n = 1, 2, 3, \ldots)$. Каждому целому n соответствует n^2 собственных функций, но из них только n не зависят от угла φ. Эти функции могут быть написаны в виде

$$\psi = \Phi_{nl}(\alpha, \vartheta) = \Pi_l(n, \alpha) P_l(\cos\vartheta), \qquad (2,06)$$

где P_l — полином Лежандра, а функция $\Pi_l(n, \alpha)$ может быть представлена либо в виде интеграла

$$\Pi_l(n, \alpha) = \frac{M_l}{(\sin\alpha)^{l+1}}\int_0^\alpha \cos n\beta\,\frac{(\cos\beta - \cos\alpha)^l}{l!}\,d\beta, \qquad (2,07)$$

либо в виде производной

$$\Pi_l(n, \alpha) = \frac{(\sin\alpha)^l}{M_l}\cdot\frac{d^{l+1}(\cos n\alpha)}{d(\cos\alpha)^{l+1}}, \qquad (2,08)$$

где

$$M_l^2 = n^2(n^2 - 1)\cdots(n^2 - l^2). \qquad (2,09)$$

При данном n число l может принимать значения $l = 0, 1, 2, \ldots, n - 1$. Функции $\Pi_l(n, \alpha)$ нормированы согласно формуле

$$\frac{2}{\pi}\int_0^\pi \Pi_l^2(n, \alpha)\sin^2\alpha\,d\alpha = 1. \qquad (2,10)$$

Решения уравнения (2,05) вида

$$\psi = F(\alpha) P_l(\cos\vartheta) \qquad (2,11)$$

* См., например, [4].

уществуют и тогда, когда число l больше и равно n, а также и тогда, когда число n — не целое; но в этих случаях решения не будут оставаться конечными и не будут собственными функциями.

Множитель $F(\alpha)$ в (2,11) будет линейной комбинацией функций $\Pi_l^*(n,\alpha)$ и $\Lambda_l^*(n,\alpha)$, где

$$\Pi_l^*(n,\alpha) = \frac{1}{(\sin\alpha)^{l+1}} \int_0^\alpha \cos n\beta \, \frac{(\cos\beta - \cos\alpha)^l}{l!} \, d\beta, \tag{2,12}$$

и

$$\Lambda_l^*(n,\alpha) = (\sin\alpha)^l \frac{d^{l+1}(\sin n\alpha)}{d(\cos\alpha)^{l+1}}, \tag{2,13}$$

причем

$$\sin^2\alpha \left(\Pi_l^* \frac{d\Lambda_l^*}{d\alpha} - \Lambda_l^* \frac{d\Pi_l^*}{d\alpha}\right) = n. \tag{2,14}$$

Эти функции встречаются при решении неоднородного уравнения

$$\square^* \psi + (n^2 - 1)\psi = -f, \tag{2,15}$$

если в нем свободный член разложен по полиномам Лежандра.

В дальнейшем мы будем иметь дело с неоднородными уравнениями вида (2,15), в которых n будет целым или полуцелым числом.

Если n — полуцелое, то решение уравнения (2,15) определяется единственным образом, причем функция f никаким дополнительным условиям не подчинена. В этом случае существует функция Грина, при помощи которой решение может быть написано в виде определенного интеграла, а именно:

$$\psi(\alpha, \vartheta, \varphi) = \frac{1}{4\pi} \int f(\alpha', \vartheta', \varphi') \frac{\cos n\omega}{\sin\omega} \, d\Omega'. \tag{2,16}$$

Здесь ω есть угол, лежащий в пределах $(0 < \omega < \pi)$ и определяемый по формуле

$$\cos\omega = \cos\alpha\cos\alpha' + \sin\alpha\sin\alpha'\cos\gamma, \tag{2,17}$$

где

$$\cos\gamma = \cos\vartheta\cos\vartheta' + \sin\vartheta\sin\vartheta'\cos(\varphi - \varphi'). \tag{2,18}$$

Через $d\Omega'$ в (2,16) обозначено для краткости выражение

$$d\Omega' = \sin^2\alpha' d\alpha' \sin\vartheta' d\vartheta' d\varphi'. \tag{2,19}$$

Для общности формула (2,16) написана для случая, когда функция f в (2,15) зависит также и от угла φ.

При n целом неоднородное уравнение (2,15) имеет конечное решение только в том случае, если функция f ортогональна ко всем решениям однородного уравнения. Это дает n^2 условий, которые могут быть написаны в виде

$$\int f(\alpha', \vartheta', \varphi') \frac{\sin n\omega}{\sin\omega} \, d\Omega' = 0, \tag{2,20}$$

причем это равенство предполагается выполненным тождественно относительно входящих в ω величин α, ϑ, φ. Если функция f не зависит от φ,

то существенны только n условий

$$\int f(\alpha, \vartheta)\,\Phi_{nl}(\alpha, \vartheta)\sin^2\alpha\,d\alpha\sin\vartheta\,d\vartheta = 0, \qquad (2,21)$$

где Φ_{nl} имеет значение (2,06), тогда как остальные условия выполняются автоматически.

При этих условиях конечное решение уравнения (2,15) существует, но оно определяется не однозначно, а лишь с точностью до произвольной четырехмерной шаровой функции порядка n.

При целом n для уравнения (2,15) существует функция Грина в обобщенном смысле, при помощи которой его решение может быть написано в виде

$$\psi(\alpha, \vartheta, \varphi) = \frac{1}{4\pi^2}\int f(\alpha', \vartheta', \varphi')\,(\pi-\omega)\frac{\cos n\omega}{\sin\omega}\,d\Omega'. \qquad (2,22)$$

При этом предполагаются выполненными условия ортогональности (2,20).

Если функция f (которую мы теперь предположим не зависящей от φ) уже разложена по функциям вида (2,06)

$$f = \sum_{p=1}^{\infty}\sum_{l=0}^{p-1} c_{pl}\Phi_{pl}(\alpha, \vartheta), \qquad (2,23)$$

то решение уравнения (2,15) может быть сразу написано в форме аналогичного ряда

$$\varphi = \sum_{p=1}^{\infty}\frac{1}{p^2-n^2}\sum_{l=0}^{p-1} c_{pl}\Phi_{pl}(\alpha, \vartheta). \qquad (2,24)$$

В силу условий ортогональности здесь все c_{pl} обращаются в нуль при $p = n$; поэтому члены с исчезающим знаменателем отсутствуют. К выражениям (2,22) и (2,24) может быть добавлена произвольная четырехмерная шаровая функция порядка n.

§ 3. Решение уравнения Гиллерааса для ограниченных значений R

Преобразуем уравнение Гиллерааса (1,10) к рассмотренным в § 2 четырехмерным сферическим координатам. Для преобразования члена $\square\psi$ достаточно применить формулу (2,03). Что касается потенциальной энергии V, то она есть однородная функция степени минус половина от переменных (2,01). Поэтому мы можем положить

$$V = \frac{U}{\sqrt{R}}, \qquad (3,01)$$

где U от R уже не зависит, а зависит только от углов α и ϑ, а именно

$$U = -\frac{Z}{\cos\frac{\alpha}{2}} - \frac{Z}{\sin\frac{\alpha}{2}} + \frac{1}{\sqrt{1-\sin\alpha\cos\vartheta}}. \qquad (3,02)$$

На основании формул (2,03) и (3,01) для $\square\psi$ и для V уравнение Гиллерааса может быть написано в виде

$$R^2\frac{\partial^2\psi}{\partial R^2} + 3R\frac{\partial\psi}{\partial R} + \square^*\psi + \left(\frac{1}{2}ER - \frac{1}{2}U\sqrt{R}\right)\psi = 0. \qquad (3,03)$$

Естественно было бы искать решения уравнения (3,03) в виде ряда:

$$\psi = \psi_1 + R^{\frac{1}{2}}\psi_{\frac{3}{2}} + R\psi_2 + R^{\frac{3}{2}}\psi_{\frac{5}{2}} + \ldots + R^{n-1}\psi_n + \ldots, \qquad (3,04)$$

расположенного по целым и полуцелым степеням n, с коэффициентами ψ_n, зависящими от α и ϑ. Однако если потребовать, чтобы ψ_n были конечными и однозначными функциями точки на шаре, то окажется, что решения такого вида не существует.

Поэтому мы рассмотрим ряд более общего вида

$$\psi = \sum_{n=1, \frac{3}{2}, \ldots} R^{n-1} \sum_{k=0}^{[n-1]} (\lg R)^k \psi_{nk}, \qquad (3,05)$$

расположенный по целым и полуцелым степеням R и по целым степеням $\lg R$. Стоящий в верхнем пределе суммы символ $[n-1]$ обозначает здесь, как принято, целую часть числа $n-1$. Число n пробегает здесь значения

$$n = 1, \frac{3}{2}, \ 2, \frac{5}{2}, \ldots, \qquad (3,06)$$

а число k пробегает, при данном n, значения от 0 до целой части $n-1$:

$$k = 0, \ 1, \ldots, [n-1]. \qquad (3,07)$$

Первые члены ряда (3,05) напишутся в виде

$$\psi = \psi_{10} + R^{\frac{1}{2}}\psi_{\frac{3}{2}0} + R(\lg R\cdot\psi_{21} + \psi_{20}) +$$

$$+ R^{\frac{3}{2}}(\lg R\cdot\psi_{\frac{5}{2}1} + \psi_{\frac{5}{2}0}) +$$

$$+ R^2((\lg R)^2\psi_{32} + (\lg R)\psi_{31} + \psi_{30}) + \ldots \qquad (3,08)$$

Результат подстановки ряда (3,05) в уравнение (3,03) вычисляется при помощи формулы

$$\left(R^2\frac{\partial^2}{\partial R^2} + 3R\frac{\partial}{\partial R}\right)R^{n-1}(\lg R)^k =$$

$$= R^{n-1}\{(n^2-1)(\lg R)^k + 2n(\lg R)^{k-1} + k(k-1)(\lg R)^{k-2}\}. \qquad (3,09)$$

Таким путем, подставляя ряд (3,05) в уравнение (3,03) и приравнивая нулю коэффициент при $R^{n-1}(\lg R)^k$, получаем

$$\Box^*\psi_{n,k} + (n^2-1)\psi_{n,k} =$$

$$= -2n\psi_{n,k+1} - (k+1)(k+2)\psi_{n,k+2} + \frac{1}{2}U\psi_{n-\frac{1}{2},k} - \frac{1}{2}E\psi_{n-1,k}. \qquad (3,10)$$

При составлении уравнений (3,10) нужно помнить, что в функциях $\psi_{n,k}$ второй значок должен быть по крайней мере на единицу меньше первого значка, иначе функция равна нулю. Уравнения вида (3,10) мы располо-

жим в порядке возрастающих значений n, а при данном n — в порядке убывающих значений k.

Покажем, что решение уравнений (3,10) может быть произведено последовательно (в указанном порядке), причем требования конечности и однозначности весьма существенным образом ограничивают выбор решения.

Первое из уравнений (3,10) соответствует значениям $n = 1$, $k = 0$. Оно имеет вид

$$\Box^* \psi_{10} = 0. \tag{3,11}$$

Это есть уравнение вида (2,05), т. е. уравнение для шаровых функций*. Но при $n = 1$ единственной такой функцией является постоянная. Поэтому мы можем положить

$$\psi_{10} = 1. \tag{3,12}$$

Значению $n = \frac{3}{2}$ соответствует одно значение k, а именно $k = 0$. Соответствующее уравнение имеет вид

$$\Box^* \psi_{\frac{3}{2}0} + \frac{5}{4}\psi_{\frac{3}{2}0} = \frac{1}{2} U\psi_{10}, \tag{3,13}$$

где U имеет значение (3,02). Так как здесь число n — полуцелое, то решение уравнения (3,13) определяется однозначно; никаких новых постоянных в него не входит. Это решение может быть даже написано в конечном виде, а именно:

$$\psi_{\frac{3}{2}0} = -Z\left(\cos\frac{\alpha}{2} + \sin\frac{\alpha}{2}\right) + \frac{1}{2}\sqrt{1 - \sin\alpha\cos\vartheta}. \tag{3,14}$$

Для $n = 2$ мы получаем уже два уравнения (для $k = 1$ и для $k = 0$). Они имеют вид

$$\Box^* \psi_{21} + 3\psi_{21} = 0 \tag{3,15}$$

и

$$\Box^* \psi_{20} + 3\psi_{20} = -4\psi_{21} + \frac{1}{2} U\psi_{\frac{3}{2}0} - \frac{1}{2} E\psi_{10}. \tag{3,16}$$

Первое из них есть уравнение для шаровых функций. Таких функций, не зависящих от φ, всего две, а именно:

$$\Phi_{20} = \cos\alpha \quad \text{и} \quad \Phi_{21} = \sin\alpha\cos\vartheta \tag{3,17}$$

(мы берем ненормированные функции). Функция ψ_{21} будет линейной комбинацией функций (3,17), но коэффициенты этой линейной комбинации не будут произвольными, а определятся из условий ортогональности правой части (3,16). Так как ортогональность должна иметь место именно к функциям (3,17), то число условий ортогональности равно числу функций (3,17), т. е. числу коэффициентов в ψ_{21}. Поэтому очевидно, что ψ_{21} определяется однозначно.

После определения ψ_{21} мы получаем для ψ_{20} неоднородное уравнение вида (2,15), в котором свободный член f удовлетворяет всем необходимым условиям ортогональности. Решение этого неоднородного уравнения может быть получено одним из способов, указанных в § 2. Оно опреде-

---

* Здесь и в дальнейшем мы разумеем под шаровой функцией четырехмерную шаровую функцию.

ляется с точностью до линейной комбинации функций (3,17). Поэтому в функцию ψ_{20} войдут две новые постоянные.

Переходя затем к значению $n = \frac{5}{2}$, мы будем иметь (для $k = 1$ и для $k = 0$) два уравнения

$$\Box^* \psi_{\frac{5}{2}1} + \frac{21}{4} \psi_{\frac{5}{2}1} = \frac{1}{2} U\psi_{21} \tag{3,18}$$

и

$$\Box^* \psi_{\frac{5}{2}0} + \frac{21}{4} \psi_{\frac{5}{2}0} = -5\psi_{\frac{5}{2}1} + \frac{1}{2} U\psi_{20} - \frac{1}{2} E\psi_{\frac{3}{2}0}. \tag{3,19}$$

Это — неоднородные уравнения вида (2,15), причем параметр $n^2 - 1 = \frac{21}{4}$ не есть собственное значение. Сперва определяется из (3,18) функция $\psi_{\frac{5}{2}1}$, затем она подставляется в (3,19) и отсюда определяется $\psi_{\frac{5}{2}0}$. Обе функции $\psi_{\frac{5}{2}1}$ и $\psi_{\frac{5}{2}0}$ определяются вполне однозначно; никаких новых постоянных они не содержат.

Далее, для $n = 3$ мы будем иметь три уравнения: для ψ_{32}, для ψ_{31} и для ψ_{30}. Решение ψ_{32} первого уравнения есть шаровая функция, коэффициенты которой определяются из требования ортогональности, которому должна удовлетворять правая часть уравнения для ψ_{31}. В свою очередь, ψ_{31} определяется сперва лишь с точностью до шаровой функции, которая, однако, затем целиком определяется из требования ортогональности правой части уравнения для ψ_{30}. Новые постоянные войдут только в функцию ψ_{30}, так как ψ_{30} определится с точностью до шаровой функции, содержащей три постоянные.

Очевидно, что такой процесс может быть продолжен неограниченно, причем нигде не встретится затруднений, кроме вычислительных. При полуцелом n все функции $\psi_{n,k}$ последовательно определяются, начиная с наибольшего k вплоть до $k = 0$, причем никаких условий ортогональности не требуется. При целом n каждая функция $\psi_{n,k}$ определяется сперва лишь с точностью до шаровой функции, но эта последняя целиком определяется затем из условий ортогональности правой части уравнения для $\psi_{n,k-1}$. Только функция $\psi_{n,0}$ будет содержать произвольную шаровую функцию.

Следует ожидать, что получаемый в результате такого процесса ряд вида (3,05) будет сходиться при всех конечных значениях R.

§ 4. Характер решения при неограниченных значениях R

Предположим, что при неограниченно возрастающем R функция ψ, удовлетворяющая уравнению (3,03), имеет асимптотический вид:

$$\psi = Ae^{-\mu\sqrt{R}}, \tag{4,01}$$

где A возрастает не быстрее некоторой конечной степени R, а коэффициент μ в показателе от R не зависит. В нашей физической задаче ψ, а значит и μ, не зависит также и от φ. Следовательно, будет $\mu = \mu(\alpha, \vartheta)$. Подставляя выражение (4,01) для ψ в уравнение (3,03), деля результат на ψ и приравнивая нулю члены, не содержащие R, не убывающие на бесконечности, мы получим для функции μ дифференциальное уравнение в частных производных первого порядка

$$\left(\frac{\partial\mu}{\partial\alpha}\right)^2 + \frac{1}{\sin^2\alpha}\left(\frac{\partial\mu}{\partial\vartheta}\right)^2 + \frac{\mu^2}{4} + \frac{E}{2} = 0. \tag{4,02}$$

Частным решением этого уравнения будет, очевидно, постоянная

$$\mu = \mu_0 \equiv \sqrt{-2E} \tag{4,03}$$

(в нашем случае E заведомо отрицательно и, следовательно, μ_0 вещественно). Подстановкой

$$\mu = \mu_0 \cos \frac{\omega}{2} \tag{4,04}$$

введем вместо μ новую функцию $\omega(\alpha, \vartheta)$. Исключая случай $\omega = 0$, который приводит к решению (4,03), мы получим для функции ω уравнение

$$\left(\frac{\partial\omega}{\partial\alpha}\right)^2 + \frac{1}{\sin^2\alpha}\left(\frac{\partial\omega}{\partial\vartheta}\right)^2 = 1. \tag{4,05}$$

Для дальнейшего определения величины μ мы привлечем физические соображения. Рассмотрим состояние системы из двух электронов и ядра для того случая, когда одно из расстояний электронов, r_1 или r_2, велико, а другое — нет.

В этом случае электроны разделяются на внешний и внутренний. Внешний будет находиться в экранированном поле ядра, а внутренний — в кулоновом поле. Состояния обоих электронов будут независимы, причем для внутреннего электрона волновая функция будет чисто кулоновской, а для внешнего она хотя и не будет кулоновской, но будет соответствовать полю со сферической симметрией.

Независимость обоих электронов означает, в частности, что величина μ (а следовательно, и ω) не будет зависеть от угла ϑ. Но если ω есть функция одного α, то согласно (4,05) должно быть

$$\omega = \alpha - \alpha_0, \tag{4,06}$$

где α — постоянная. (Другого решения $\omega = \alpha_0 - \alpha$ можно не рассматривать, так как замена ω на $-\omega$ не меняет величины μ.)

Полагая

$$\mu_0 \cos \frac{\alpha_0}{2} = a, \qquad \mu_0 \sin \frac{\alpha_0}{2} = b, \tag{4,07}$$

мы будем иметь

$$\mu = a \cos \frac{\alpha}{2} + b \sin \frac{\alpha}{2} \tag{4,08}$$

и, следовательно, показатель в выражении (4,01) для волновой функции будет равен

$$\mu \sqrt{R} = ar_1 + br_2. \tag{4,09}$$

Здесь постоянные a и b связаны соотношением

$$a^2 + b^2 + 2E = 0, \tag{4,10}$$

вытекающим из (4,03) и (4,07).

Если считать, что при больших значениях r_2 электрон с радиусом-вектором r_1 находится на наинизшем уровне, то его волновая функция будет пропорциональна e^{-Zr_1}, и, следовательно, в формуле (4,09) нужно положить

$$a = Z. \tag{4,11}$$

Формула (4,10) дает тогда

$$b = \sqrt{2V_i}, \tag{4,12}$$

где

$$V_i = -\frac{1}{2} Z^2 - E > 0 \tag{4,13}$$

есть потенциал ионизации внешнего электрона.

Приравнивая выражения (4,01) и (3,08) для ψ, получим для величины A ряд вида

$$A = \psi_{10} + R^{\frac{1}{2}} (\psi_{\frac{3}{2}0} + \mu\psi_{10}) +$$
$$+ R\left(\psi_{21} \lg R + \psi_{20} + \mu\psi_{\frac{3}{2}0} + \frac{1}{2}\mu^2\psi_{10}\right) +$$
$$+ R^{\frac{3}{2}}\left[(\psi_{\frac{5}{2}1} + \mu\psi_{21}) \lg R + \psi_{\frac{5}{2}0} + \mu\psi_{20} + \frac{1}{2}\mu^2\psi_{\frac{3}{2}0} + \frac{1}{6}\mu^3\psi_{10}\right] + \ldots \tag{4,14}$$

Если оборвать этот ряд на некотором члене и подставить его в (4,01), то для волновой функции получится выражение, которое, с одной стороны, удовлетворяет вблизи $R = 0$ дифференциальному уравнению и, с другой стороны, надлежащим образом ведет себя на бесконечности.

Чтобы получить решение, имеющее физический смысл, нужно составить из функций вида (4,01) симметричную или антисимметричную (относительно r_1 и r_2) комбинацию. Перестановка r_1 и r_2 соответствует замене α на $\pi - \alpha$; в частности, если

$$\mu(\alpha) = ar_1 + br_2, \tag{4,15}$$

то

$$\mu(\pi - \alpha) = ar_2 + br_1. \tag{4,16}$$

Поэтому нужную комбинацию функций (4,01) можно написать в виде:

$$\psi = A(R, \alpha, \vartheta)\, e^{-\sqrt{R}\mu(\alpha)} \pm A(R, \pi - \alpha, \vartheta)\, e^{-\sqrt{R}\mu(\pi-\alpha)}. \tag{4,17}$$

Это выражение содержит постоянные, вошедшие при определении функций $\psi_{n,0}$ ($n = 1, 2, 3, \ldots$), и, кроме того, постоянные a и b в показателе (если только не фиксировать их заранее согласно (4,11) и (4,12)). Входящие в (4,17) постоянные надлежит определять из вариационного начала.

Если постоянные a и b фиксированы заранее, то некоторый произвол в их выборе компенсируется остальными постоянными, и не вполне удачный выбор a и b замедляет только сходимость процесса, но не меняет конечного результата. Применять же вариационный метод удобнее всего тогда, когда подлежащая определению функция зависит от варьируемых постоянных линейным образом, так что они в показатель не входят.

Преимущество выражения (4,17) состоит в том, что в нем полностью учтен характер особенности дифференциального уравнения, соответствующей тройному столкновению ($R = 0$). Это позволяет думать, что, пользуясь таким выражением, можно достигнуть высокой точности при небольшом числе варьируемых постоянных: как известно, успех применения метода Ритца всецело зависит от выбора семейства варьируемых функций. Вычисления, связанные с применением предлагаемого здесь

способа, по необходимости трудоемки, однако нам кажется, что для получения высокой точности совершенно необходимо оперировать с функциями, правильно учитывающими характер особенности задачи.

Физический институт
Ленинградского гос. университета
им. А. А. Жданова

Получена редакцией
24. II. 1954 г.

Цитированная литература

1. Hylleraas E., ZS. f. Phys., 48, 469 (1928); 54, 347 (1929).
2. Bartlett, Gibbons a. Dunn, Phys. Rev., 47, 679 (1935).
3. Chandrasekhar S., Donna Elbert a. Herzberg G., Phys. Rev., 91, 1172 (1953).
4. Фок В. А., Изв. АН СССР, ОМЕН, 2, 169 (1935).

Материалы
сессии Отделения физико-математических
наук АН СССР
и
Совещаний по β-γ-спектроскопии

1950, 1953 и 1954 гг.

ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК СССР

Т. XVIII, № 2 СЕРИЯ ФИЗИЧЕСКАЯ 1954

П. П. ПАВИНСКИЙ

О ДВИЖЕНИИ ЭЛЕКТРОНОВ В МАГНИТНЫХ СПЕКТРОМЕТРАХ С НЕОДНОРОДНЫМ ПОЛЕМ*

1. Введение

В последнее время для увеличения разрешающей способности и светосилы магнитных спектрометров делаются попытки конструировать спектрометры с такими неоднородными полями, которые приводили бы к возможно более точной фокусировке широких объемных пучков электронов.

Точную фокусировку плоского пучка электронов можно осуществить разнообразными способами, используя неоднородные магнитные поля, перпендикулярные к плоскости пучка. Один из этих способов был описан М. И. Корсунским, В. М. Кельманом и Б. Петровым [1], а в последние годы осуществлен Б. С. Джелеповым и А. А. Башиловым [2].

Во всех случаях возникают следующие две задачи:

1) расчет фокусирующего поля в плоскости симметрии,

2) анализ движения частиц, выходящих из источника под некоторым малым углом ε_0 к плоскости симметрии; такие частицы не будут, вообще говоря, попадать точно в фокус, но будут создавать некоторое «изображение» точки вблизи фокуса.

В настоящей работе дано решение первой задачи для случая поля, зависящего от одной декартовой координаты, и общего случая аксиально-симметричного поля (фокусировка на любой угол) и указаны пути для решения второй задачи.

Полученные в данной работе результаты использованы в экспериментальных работах Б. С. Джелепова, А. А. Башилова и др. [2, 3].

В математическом отношении рассматриваемые случаи характеризуются тем, что решение соответствующей механической задачи о движении частицы может быть выражено через квадратуры. Задача приводится нами к решению некоторых интегральных уравнений типа Вольтерра. Для сравнения отметим, что обычная в электронной оптике задача о фокусировке узкого пучка требует решения дифференциального уравнения [4] и по отношению к конечному пучку может рассматриваться как первое приближение (фокусировка первого порядка), тогда как наше решение, являющееся для плоского пучка точным, осуществляет фокусировку бесконечного порядка. В приборе данного типа невозможно при помощи одного магнитного поля осуществить то же самое в отношении конечного объемного пучка. При соблюдении некоторых предосторожностей для пучков, достаточно близких к плоским, и щелевом приемнике фокусировка объемного пучка, получаемая в приборах рассматриваемого нами типа, будет также первого порядка.

Во всем дальнейшем изложении мы ограничиваемся приближением геометрической электронной оптики, т. е. классической (релятивистской)

* Доложено на сессии Отделения физико-математических наук АН СССР 24 апреля 1950 г.

механики, а также пренебрегаем взаимодействием электронов (объемным зарядом), что вполне допустимо в случае, если имеется в виду, например, магнитный спектрограф для β-частиц.

2. Интегральное уравнение для магнитного поля

Пусть в плоскости $z=0$ магнитное поле зависит только от одной декартовой координаты, например y, так что: $H_x = H_y = 0$, $H_z = H_z(y)$. Вместо магнитного поля $H_z(y)$ мы можем воспользоваться кривизной траектории частицы $K(y)$, определяемой по формуле

$$K = K(y) = \frac{1}{R(y)} = \frac{eH_z(y)}{mvc}, \tag{1}$$

где

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}, \tag{2}$$

а $R(y)$ — радиус кривизны орбиты.

Мы будем считать, что участок плоскости $z=0$, где имеется магнитное поле, разделяется на две области, в которых поле задается по разным законам, и будем рассматривать только такие решения, в которых функция $H_z(y)$ и ее первая производная непрерывны на границе раздела, за каковую возьмем ось X. В дальнейшем мы ограничимся рассмотрением случая, когда поле в одной из этих областей $(y<0)$ однородно*.

Пусть электроны выходят из точки с координатами $x=0$, $y=-b$ и собираются в точку с координатами $x=2x_m$, $y=-b$. Мы полагаем следовательно, что

$$\left.\begin{aligned} K &= K_0 = \text{const} \quad \text{при} \quad -b \leqslant y < 0 \\ K &= K(y) \quad \text{при} \quad y \geqslant 0 \end{aligned}\right\} \tag{3}$$

$$K(0) = K_0; \tag{4}$$

$$\lim\left(\frac{dK}{dy}\right)_{y\to+0} = 0. \tag{4'}$$

Так как орбиты симметричны относительно линии $x=x_m$, можно ограничиться рассмотрением половины траектории: $0 \leqslant x \leqslant x_m$. Условием фокусировки будет постоянство величины x_m для всех орбит:

$$\left(\frac{dy}{dx}\right)_{x=x_m} = 0. \tag{5}$$

y_m и x_m суть координаты вершины траектории. Мы увидим ниже, что условие (4′) заставляет положить

$$K_0 b = 1. \tag{6}$$

* Причина, по которой мы разделяем поле на два участка, заключается в стремлении избежать бесконечно больших значений производной $\frac{dH_z}{dy}$. Если бы мы поставили своей задачей фокусировать все орбиты, выходящие из начала координат, в некоторую точку $2x_m$ оси X, то электроны, двигающиеся строго по оси X, должны были бы пребывать в области нулевого поля, откуда вытекает, что $H_z(0)=0$. Исследование показывает, что для фокусировки ближайших к оси X орбит магнитное поле вблизи $y=0$ должно было бы изменяться пропорционально $\sqrt{y}$ и, следовательно, $\frac{dH_z}{dy}$ стремилось бы к бесконечности при $y\to+0$.

Первая орбита, касающаяся оси X, будет в этом случае полуокружностью.

Для дальнейшего удобно ввести обозначения

$$\left.\begin{aligned} F(y) &= \int_{-b}^{y} K(\eta)\, d\eta = K_0 b + f(y) \\ \text{и} \qquad f(y) &= \int_{0}^{y} K(\eta)\, d\eta. \end{aligned}\right\} \tag{7}$$

Пусть α — угол наклона траектории к оси X, а

$$y' = \operatorname{tg}\alpha. \tag{8}$$

Интегрирование уравнения для орбиты * даст выражение:

$$x \equiv x(y) = \int_{-b}^{y} \frac{C + F(\eta)}{[1 - (C + F(\eta))^2]^{1/2}}\, d\eta, \tag{9}$$

где C — константа интегрирования, связанная с $\cos\alpha$ формулой, представляющей первый интеграл уравнения (I):

$$\cos\alpha - F(\eta) = C \equiv \cos\alpha_0 \tag{10}$$

(α_0 — угол наклона траектории в начальной точке).

Приравняв нулю подкоренное выражение в (9) для вершины кривой, мы можем выразить константу C через y_m:

$$C = 1 - K_0 b - f_m, \tag{11}$$

где

$$f_m = \int_{0}^{y_m} K(\eta)\, d\eta.$$

Далее, мы считаем $K(y)$ положительной функцией; следовательно, $f(y)$ и f_m положительны, откуда вытекает (ср. (10)):

$$-1 \leqslant C \leqslant 1 - K_0 b. \tag{12}$$

Для начальной орбиты, которая еще целиком проходит в области однородного поля и представляет дугу окружности, мы имеем

$$x_m = \frac{1}{K_0}\sqrt{K_0 b (2 - K_0 b)}, \tag{13}$$

причем величина x_m одинакова для всех орбит. В формуле (9), положив в ней $x = x_m$, $y = y_m$, мы можем выполнить интегрирование по участку $-b < y < 0$. Воспользовавшись далее (7), (11) и (13), мы получим следующее уравнение:

$$\psi(f_m) = \int_{0}^{y_m} \frac{(1 - f_m + f)\, dy}{\sqrt{(f_m - f)(2 - f_m + f)}}, \tag{14}$$

* Проще всего воспользоваться геометрическим соотношением для кривизны плоской кривой:

$$-\frac{y''}{(1 + y'^2)^{3/2}} = K(y). \tag{I}$$

где обозначено:

$$\psi(t)=\frac{1}{K_0}\{\sqrt{K_0 b(2-K_0 b)}-\sqrt{(K_0 b+t)(2-K_0 b-t)}+\sqrt{t(2-t)}\}. \quad (15)$$

Можно легко превратить уравнение (14) в интегральное, заменив переменную интегрирования y на f. Обозначив

$$f\equiv\tau, \quad f_m\equiv t,$$

мы находим:

$$\psi(t)=\int_0^t R(t-\tau)\frac{dy}{d\tau}\,d\tau \quad (16)$$

и

$$R(x)=\frac{1-x}{\sqrt{x(2-x)}}. \quad (17)$$

Полученное нами интегральное уравнение (16) имеет некоторое сходство с уравнением Абеля, определяющим решение известной задачи о таутохроне.

Пусть найдено его решение в виде функции:

$$y=y(\tau). \quad (18)$$

Продифференцировав ее и воспользовавшись формулой (7), мы находим:

$$\frac{dy}{d\tau}=\frac{1}{K}, \quad (19)$$

откуда K определяется как функция от τ. Исключение τ из (18) и (19) дает K как функцию от y, что и решает нашу задачу. Заметим, что при полукруговой начальной орбите ($K_0 b=1$) параметр τ имеет простое геометрическое значение. Действительно, заменив y на y_m и x на x_m, получим из (11):

$$\tau=-\cos\alpha_0=\cos(\pi-\alpha_0). \quad (20)$$

Таким образом, τ есть косинус начального угла наклона к отрицательной оси X той орбиты, для которой формула (18) дает ординату вершины, а формула (19), вместе с (2), определяет значение магнитного поля в вершине.

3. Решение интегрального уравнения (16)

Интегральное уравнение (16) может быть решено по общему методу В. А. Фока [5], основанному на преобразовании Лапласа. Решение получится в виде интеграла. Другой метод разработан еще Н. Я. Сониным [6, 7] и представляет результат в виде ряда.

Умножим уравнение (16) на некоторую функцию $S(x-t)$ и проинтегрируем по t от 0 до x:

$$\int_0^x S(x-t)\psi(t)\,dt=\int_0^x \frac{dy}{d\tau}\,d\tau\int_\tau^x S(x-t)R(t-\tau)\,d\tau.$$

Потребуем теперь, чтобы

$$\int_\tau^x S(x-t)R(t-\tau)\,dt=1, \quad (21)$$

и воспользуемся тем, что $y(0)=0$. Тогда получим

$$y(\tau)=\int_0^\tau S(\tau-t)\,\psi(t)\,dt. \tag{22}$$

Чтобы найти $S(x)$, разложим ядро $R(x)$ в ряд Тейлора:

$$R(x)=\frac{1-x}{\sqrt{x(2-x)}}=\frac{1}{\sqrt{2x}}\sum_{s=0}^{\infty}a_s x^s. \tag{23}$$

Здесь a_s определяются как коэффициенты разложения функции:

$$\frac{1-x}{\sqrt{1-\frac{x}{2}}}=\sum_{s=0}^{\infty}a_s x^s, \tag{24}$$

где

$$a_0=1,\quad a_s=-\frac{\Gamma(s-{}^1/_2)}{\sqrt{\pi}\,2^s(s-1)!}\left(1+\frac{1}{2s}\right)\qquad \text{при}\ (s\geqslant 1).$$

Положим теперь

$$A_s=\frac{\Gamma(s+{}^1/_2)}{\sqrt{\pi}}a_s \qquad (A_0=1) \tag{25}$$

и определим коэффициенты B_s по рекуррентным формулам

$$B_0=1,\quad B_s=-\sum_{k=0}^{s-1}B_k A_{s-k}\qquad s=1,2,3,\ldots \tag{26}$$

Тогда мы можем составить $S(x)$ в виде ряда:

$$S(x)=\sqrt{\frac{2}{\pi x}}\sum_{s=0}^{\infty}\frac{B_s\,x^s}{\Gamma(s+{}^1/_2)}. \tag{27}$$

Действительно, нетрудно убедиться, что при таком определении $S(x)$ соотношение (21) оказывается выполненным:

$$\int_\tau^x S(x-t)\,R(t-\tau)\,dt=$$

$$=\sum_{s=0}^{\infty}\sum_{r=0}^{\infty}\frac{B_s A_r}{\Gamma\left(s+\frac{1}{2}\right)\Gamma\left(r+\frac{1}{2}\right)}\int_\tau^x (x-t)^{s-{}^1/_2}(t-\tau)^{r-{}^1/_2}\,dt=$$

$$=\sum_{s=0}^{\infty}\sum_{r=0}^{\infty}\frac{B_s A_r (x-\tau)^{s+r}}{(s+r)!}=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(x-\tau)^n}{n!}\sum_{s=0}^{n}B_{n-s}A_s=B_0A_0=1.$$

Здесь мы воспользовались предположением об абсолютной сходимости ряда для $S(x)$. Покажем теперь, что ряд (27) действительно сходится при $|x|<2$, т. е. в той же области, что и ряд (23). Для этого воспользуемся оценками:

$$\alpha\frac{(s-1)!}{2^s}<|A_s|<\beta\frac{(s-1)!}{2^s}\qquad \text{при}\ s\geqslant 1, \tag{28}$$

где можно считать $\alpha = \frac{1}{\pi}$, $\beta = \frac{3}{4}$. Справедливость левой части (28) вытекает из асимптотической формулы:

$$|A_s| = \frac{1}{\pi} \cdot \frac{(s-1)!}{2^s}\left(1 + O\left(\frac{1}{s}\right)\right),$$

где $O\left(\frac{1}{s}\right) = \frac{1}{s} + O_1\left(\frac{1}{s^2}\right)$ и оказывается положительным даже при малых s.

Для вывода правой части выражения (28) мы можем в точных рекуррентных формулах

$$\frac{A_{s+1}}{A_s} = \frac{s}{2} - \frac{3}{8(s+1)}$$

отбросить второй член и вычислить $|A_s|$ с избытком, положив $|A_1|$ равным его точному значению $\frac{3}{8}$.

Так как коэффициенты A_s при $s \geqslant 1$ отрицательны, то из (26) видно, что все коэффициенты B_s положительны, причем $B_s > |A_s|$ (при $s \geqslant 1$). Отсюда при помощи (28) получим неравенство:

$$1 < \frac{B_{s+1}}{|A_{s+1}|} < 1 + \frac{\beta^2}{\alpha} M \sum_{l=1}^{s} \frac{(l-1)!\,(s-l)!}{s!}, \tag{29}$$

где через M мы обозначили наибольшую величину отношения $\frac{B_k}{|A_k|}$ при $1 \leqslant k \leqslant s$. Оценку суммы, входящей в (29), получить легко. Например, при $s > 4$ имеем:

$$\frac{1}{s!} \sum_{l=1}^{s} (l-1)!\,(s-l)! < \frac{2}{s}\left(1 + \frac{1}{s-4}\right). \tag{29'}$$

Из (29) видно, что, если M остается ограниченным ($M < M_0$, где M_0 не зависит от s),

$$\lim_{s \to \infty} \frac{B_s}{|A_s|} = 1. \tag{30}$$

Если же предположить, что $\varepsilon_s \equiv \frac{B_s}{|A_s|} - 1$ неограниченно возрастает при $s \to \infty$, то при достаточно больших s должно выполняться неравенство:

$$\varepsilon_{s+1} > \varepsilon_{s'},$$

где $\varepsilon_{s'}$ есть максимальное ε_k при $k \leqslant s$, причем s' возрастает неограниченно вместе с s. Из формул (29) и (29′) мы имеем ($M \equiv \varepsilon_{s'} + 1$):

$$\varepsilon_{s+1} < (\varepsilon_{s'} + 1)\frac{C}{s},$$

где C — константа. Комбинируя это неравенство с предыдущим, мы получаем

$$\varepsilon_{s'} < \frac{C}{s} \cdot \frac{1}{1 - \frac{C}{s}}, \tag{30'}$$

что приводит к абсурду предположение о неограниченности ε_s, так как правая часть неравенства (30′) стремится к нулю при $s \to \infty$. Таким образом, мы можем считать формулу (30), а следовательно, и сходимость ряда (27), доказанной. Решение уравнения (16) дается поэтому формулой (22).

4. Исследование решения при малых τ

Имея выражение для $S(x)$, нетрудно закончить вычисление интеграла (22). Однако результат, получаемый таким образом, мало нагляден и не особенно удобен для практических вычислений. Мы дадим поэтому представление решения в форме ряда по степеням параметра τ (этот ряд сходится во всей необходимой нам области значений τ), предварительно выделив сингулярную ветвящуюся часть решения. В результате вычисления * мы сможем придать решению следующую форму:

$$y(\tau) = \frac{\tau}{K_0} + \frac{\sqrt{2}}{\pi} \cdot \frac{\tau^{3/2}}{K_0} \sum_{m=0}^{\infty} Q_m \tau^m, \tag{31}$$

причем коэффициенты Q_m зависят только от $K_0 b$; в частности,

$$Q_0 = -\frac{3}{4} \cdot \frac{1 - K_0 b}{\sqrt{K_0 b\,(2 - K_0 b)}}. \tag{32}$$

Покажем, что условие (4′) удовлетворяется только в случае $Q_0 = 0$, что приводит к (6), т. е. к полукруговой начальной орбите. Действительно, при помощи (18) и (19) мы находим

$$\frac{dK}{dy} = -\left(\frac{dy}{d\tau}\right)^{-3} \frac{d^2 y}{d\tau^2}. \tag{33}$$

При $\tau = 0$ это выражение обращается в бесконечность, если $Q_0 \neq 0$. Поэтому в дальнейшем мы будем иметь в виду только случай $K_0 b = 1$. Первый член правой части (31) происходит от последнего члена в формуле (15) для $\psi(t)$, которую мы теперь можем переписать в виде:

$$\psi(t) = \frac{1}{K_0}\left[1 - \sqrt{1 - t^2} + \sqrt{t(2 - t)}\right]. \tag{15′}$$

Действительно, мы имеем соотношение

$$\int_0^{\tau} S(\tau - t)\sqrt{t(2 - t)}\,dt = \tau, \tag{34}$$

которое нетрудно доказать путем дифференцирования (34) по τ и применения основного соотношения (21). Для вычисления коэффициентов Q_m разложим в ряд первые два члена (15′):

$$1 - \sqrt{1 - t^2} = \sum_{n=1}^{\infty} \varkappa_n t^{2n} \tag{35}$$

и представим $S(x)$ в виде

$$S(x) = \frac{\sqrt{2}}{\pi} \sum_{s=0}^{\infty} \beta_s x^{s - 1/2}, \tag{36}$$

где

$$\beta_s = \frac{\sqrt{\pi} B_s}{\Gamma(s + 1/2)}.$$

---

* Мы опускаем вывод формулы (31) для общего случая, так как ниже приводится вывод аналогичной формулы (31′) для случая $K_0 b = 1$ по совершенно такому же методу.

Мы получим:

$$\frac{\pi}{\sqrt{2}}\int_0^{\tau} S(\tau-t)\,(1-\sqrt{1-t^2})\,dt=\sum_{s=0}^{\infty}\cdot\beta_s\sum_{n=1}^{\infty}\varkappa_n B\left(2n+1,\,s+\frac{1}{2}\right)\tau^{2n+s+1/2}.$$

Сравнивая последнюю формулу и (34) с (31), получаем:

$$Q_m=\sum_{n=1}^{\left[\frac{m+1}{2}\right]}\beta_{m-2n+1}\varkappa_n B(2n+1,\;m-2n+{}^3/_2), \qquad (37)$$

в частности:

$$Q_1=\frac{8}{15},\quad Q_2=\frac{2}{35},\quad Q_3=\frac{139}{1260},\quad Q_4=\frac{467}{55440}\text{*},$$

где символом $\left[\frac{m+1}{2}\right]$ обозначена целая часть $\frac{m+1}{2}$; $B(p,q)$ — B-функция. Решение записываем в виде:

$$y(\tau)=\frac{\tau}{K_0}+\frac{\sqrt{2}\,\tau^{5/2}}{\pi K_0}\sum_{m=0}^{\infty}Q_{m+1}\tau^m. \qquad (37')$$

По этой формуле удобнее всего производить вычисление $y(\tau)$ при τ, не слишком близком к 1.

5. Исследование решения (31′) при $\tau=1-\vartheta$ ($\vartheta\ll 1$)

Полученный нами ряд с положительными членами (31′) сходится при всех значениях τ в интервале $0<\tau\leqslant 1$, как в этом нетрудно убедиться при помощи оценок (28) и (29). Ряд, получающийся из (31′) дифференцированием, сходится, однако, только при $\tau<1$. Отсюда следует, что $\frac{dy}{d\tau}$ стремится к бесконечности при $\tau\to 1$, т. е. магнитное поле (см. (19)) обращается в нуль при конечном значении y (соответствующем $\tau=1$). Вычисление дает следующую величину для этого предельного значения:

$$y_{\tau=1}=1{,}3878\,\frac{1}{K_0}. \qquad (38)$$

Чтобы найти бесконечную часть $\frac{dy}{d\tau}$ при τ, близком к 1, заметим, что в формуле (37), при очень больших m, $B(p,q)$ $\left(p+q=m+\frac{5}{2}\right)$ достигает максимума при наиболее удаленных друг от друга значениях p и q. Отсюда мы получаем для нечетных коэффициентов Q_m:

$$Q_{2n-1}\approx\varkappa_n B(2n+1,\;{}^1/_2).$$

Четными же коэффициентами Q_{2n} можно пренебречь по сравнению с нечетными. Применяя оценку, основанную на формуле Стирлинга, получаем:

$$Q_{2n-1}\approx\frac{1}{2\sqrt{2}\,n^2}.$$

Поэтому

$$\frac{dy}{d\tau}_{\tau\to 1}\approx\frac{1}{\pi K_0}\sum\frac{\tau^{2n}}{n}\approx\frac{1}{\pi K_0}\lg\frac{1}{1-\tau}.$$

* Значения дальнейших коэффициентов (до Q_{11} включительно) приведены в таблице на стр. 185.

Таким образом, вблизи $\tau = 1$

$$K(\tau) \approx \frac{\pi K_0}{\lg \frac{1}{1-\tau}}. \tag{39}$$

Отсюда видно, что магнитное поле H_z круто обрывается к значению 0 при $\tau = 1$, так как производная $\frac{dH_z}{dy}$ обращается в бесконечность при $\tau = 1$. Нетрудно, однако, вывести и точную формулу разложения при $\tau \approx 1$ для $\frac{dy}{d\tau}$.

Мы имеем из (22), (35), (15′) и (37) следующую формулу:

$$y(\tau) = \frac{1}{K_0}\left\{\tau + \int_0^\tau S(t)\,dt - \int_0^\tau S(t)\sqrt{1-(\tau-t)^2}\,dt\right\}. \tag{40}$$

Продифференцировав ее по τ, получим:

$$\frac{dy}{d\tau} = \frac{1}{K_0}\left\{1 + \int_0^\tau S(t)\frac{\tau - t}{\sqrt{1-(\tau-t)^2}}\,dt\right\} \equiv \frac{1}{K_0}\left\{1 + \frac{1}{\pi}u(\tau)\right\}, \tag{41}$$

где обозначено:

$$u(\tau) = \pi\int_0^\tau S(t)\frac{\tau - t}{\sqrt{1-(\tau-t)^2}}\,dt. \tag{42}$$

Введем теперь вместо t новую переменную x:

$$x = t + \vartheta \quad \text{при} \quad \vartheta = 1 - \tau.$$

При помощи (36) мы можем представить (42) в следующем виде:

$$u(\tau) = \sum_{s=0}^{\infty}\beta_s\int_\vartheta^1 \chi_s(x, \vartheta)\frac{dx}{x}, \tag{43}$$

где

$$\chi_s(x, \vartheta) = \frac{1-x}{\sqrt{1-\frac{x}{2}}}\cdot\frac{(x-\vartheta)^s}{\sqrt{1-\vartheta/x}}. \tag{44}$$

Разложим $\chi_s(x, \vartheta)$ по степеням x и $\frac{\vartheta}{x}$, причем воспользуемся (24) и обозначениями:

$$\left.\begin{aligned} (x-\vartheta)^s &= \sum_{k=0}^{s}\binom{s}{k}(-1)^{s+k}x^k\vartheta^{s-k} \\ &\text{и} \\ \left(1-\frac{\vartheta}{x}\right)^{-1/2} &= \sum_{p=0}^{\infty}C_p\vartheta^p x^{-p}, \end{aligned}\right\} \tag{44′}$$

где $C_p = \frac{1\cdot3\cdot5\cdots(2p-1)}{2\cdot4\cdot6\cdots2p}$.

Подставив в (43) и проинтегрировав почленно, мы сможем выразить $u(\tau)$ в виде ряда:

$$u(\tau) = \sum_{n=0}^{\infty}(T_n + U_n\lg 1/\vartheta)\,\vartheta^n, \tag{45}$$

где T_n и U_n — численные коэффициенты, выражающиеся следующим образом через коэффициенты рядов (44′) и (24):

$$T_n = K_n + R_n, \quad U_n = \sum_{s=0}^{n} \beta_s \gamma_{n,s} a_{n-s},$$

причем

$$R_n = \sum_{s=0}^{\infty} \beta_s \gamma_{n,s} \alpha_{n-s}; \quad K_n = \sum_{s=0}^{n} \beta_s \Gamma_{n,s} a_{n-s};$$

$$\gamma_{n,s} = \sum_{k=0}^{s} \binom{s}{k} (-1)^{s+k} C_{n-s+k}; \quad \alpha_{n-s} = \sum_{l=s-n}^{\infty}{}' \frac{a_{n-s+l}}{l};$$

$$\Gamma_{n,s} = \sum_{k=0}^{s} \binom{s}{k} (-1)^{k+s} \delta_{-n+s-k};$$

$$\delta_{-m} = \sum_{p=0}^{\infty}{}' \frac{C_p}{p-m}; \quad C_{-1} \equiv C_{-2} \equiv \ldots \equiv 0 \tag{46}$$

(штрих у суммы означает пропуск того значения, которое обращает в нуль знаменатель). Вычисление входящих сюда величин, по крайней мере при небольших значениях n, никакого затруднения не представляет, так как бесконечные ряды для δ_{-m} и α_{n-s} могут быть просуммированы, а ряд для R_n — сходящийся.

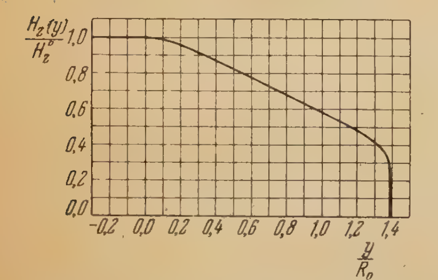


Рис. 1. Фокусирующее магнитное поле в плоскости $z = 0$ как функция координаты y

Опуская подробные оценки, укажем только, что наименее быстро сходящийся ряд из входящих в (45) имеет следующую оценку коэффициента при n-м члене:

$$|K_n| \approx \frac{C}{n^{3/2} (\lg 2)^{n+1}},$$

где C — численная константа. Отсюда видно, что ряд (45) сходится, если

$$\vartheta < \ln 2.$$

Практически удобно пользоваться (47) при значениях ϑ, не превосходящих 0,4, что вместе с (31′) позволяет вычислять $y(\tau)$ и $\frac{dy}{d\tau}$ во всем интервале $0 < \tau < 1$. Для нахождения $y(\tau)$ из (45) выводим:

$$y(\tau) = \frac{1}{K_0} \left\{ 1{,}3878 - \vartheta - \frac{1}{\pi} \sum_{n=0}^{\infty} (\theta_n + \Phi_n \lg 1/\vartheta) \vartheta^{n+1} \right\},$$

где

$$\theta_n = \frac{T_n}{n+1} + \frac{U_n}{(n+1)^2}, \quad \Phi_n = \frac{U_n}{n+1}. \tag{47}$$

Численные значения первых коэффициентов θ_n, Φ_n, T_n и U_n в этой формуле приведены в таблице. На рис. 1 дан график магнитного поля $H_z(y)$.

Коэффициенты рядов (31′), (45) и (47)

$Q_1=0,533333$	$T_0=+1,02923$	$U_0=1$
$Q_2=0,057143$	$T_1=-1,68750$	$U_1=-0,75$
$Q_3=0,110337$	$T_2=+1,68627$	$U_2=+0,14062_5$
$Q_4=0,008424$	$T_3=-0,19860$	$U_3=-0,06640_6$
$Q_5=0,043645$	$T_4=+0,1220_7$	$U_4=+0,0108_0$
$Q_6=0,002287$	$T_5=-0,029_1$	$U_5=-0,0069_7$
$Q_7=0,023603$		
$Q_8=0,000948$	$\theta_0=2,02923$	$\Phi_0=1$
$Q_9=0,014844$	$\theta_1=-1,03125$	$\Phi_1=-0,375$
$Q_{10}=0,000488$	$\theta_2=0,24435$	$\Phi_2=0,046875$
$Q_{11}=0,010206$	$\theta_3=-0,05380$	$\Phi_3=-0,016601$
	$\theta_4=0,0248_5$	$\Phi_4=0,002161$
	$\theta_5=-0,0050_4$	$\Phi_5=-0,001161$

6. Магнитное поле с осевой симметрией

Разобранный пример магнитного поля характеризуется функцией $H_z(y)$, неаналитической в точке $y=0$: ее производные, начиная со второй, терпят разрыв в этой точке, обращаясь в бесконечность справа от нее и в нуль — слева. Очевидно, нельзя точно осуществить такое поле на практике: реальные поля будут сильнее всего отличаться от вычисленного как раз в окрестности особой точки. Указанное неудобство отсутствует в примере магнитного поля с осевой симметрией, который мы сейчас рассмотрим. Мы полагаем (при $z=0$) $H_x=H_y=0$, $H_z=H_z(r)$, где $r=\sqrt{x^2+y^2}$. Обозначим

$$K(r)=\frac{e}{mvc}H_z(r). \tag{48}$$

В этом случае, как известно, бесконечно узкий плоский пучок, идущий вблизи «равновесной» круговой орбиты радиуса r_0, определяемой формулой:

$$r_0K(r_0)=1, \tag{49}$$

может быть сфокусирован на любой угол $2\varphi_m$. Для определения φ_m достаточно знать только значение производной $K_0'\equiv\left(\frac{dK}{dr}\right)_{r=r_0}$ в точке $r=r_0$, причем, соответственно, если $K_0'\gtreqless 0$, то $\varphi_m\gtreqless\frac{\pi}{2}$. Особое значение имеет угол $\varphi_m=\frac{\pi}{\sqrt{2}}$, так как в этом случае вертикальный узкий пучок также фокусируется в точку с азимутом $2\varphi_m$.

Учитывая все это, мы введем некоторый произвольный вещественный параметр θ, абсолютную величину которого свяжем с азимутом $2\varphi_m$ формулой

$$2\varphi_m=\frac{\pi}{\sqrt{2}}|\theta|, \tag{50}$$

причем (по крайней мере вначале) будем относить положительные значения θ к внешним, а отрицательные — к внутренним орбитам (по отношению к равновесному кругу).

Если ввести кривизну траектории $K(r)$ и угол ψ, составляемый касательной к траектории с радиусом-вектором, то уравнению движения в плоскости x, y можно придать форму

$$\frac{d}{dr}r\sin\psi=rK(r). \tag{51}$$

Уравнение (51) допускает первый интеграл:

$$r \sin \psi = F(r) + C, \tag{52}$$

где

$$F(r) = \int_{r_0}^{r} r' K(r')\, dr' \tag{53}$$

и

$$C = r_0 \sin \psi_0. \tag{54}$$

Введя полярные координаты r, φ и пользуясь соотношением

$$\operatorname{tg} \psi = r \frac{d\varphi}{dr}, \tag{55}$$

мы находим по (52) и (55) второй интеграл, представляющий уравнение орбиты:

$$\varphi(r) = \pm \int_{r_0}^{r} \frac{dr'}{r'} \cdot \frac{C + F(r')}{\sqrt{r'^2 - [C + F(r')]^2}}. \tag{56}$$

Для удобства здесь опущена константа интегрирования, так что угол φ отсчитывается от точки, где орбита пересекает равновесную окружность. Знак плюс мы выбираем для случая $r > r_0$ (внешние орбиты), знак минус — для $r < r_0$ (внутренние орбиты). Таким образом, угол φ и константа C (как видно из (54)) всегда положительны. Функция $F(r)$ положительна для внешних и отрицательна — для внутренних орбит. Обозначим через r_m максимальное значение r для внешних (минимальное — для внутренних) орбит и φ_m — соответствующий азимут. В обоих случаях r_m является корнем уравнения

$$r_m - C - F(r_m) = 0, \tag{57}$$

откуда

$$C = r_m - F(r_m) \equiv r_m - F_m. \tag{58}$$

Подставляя C в (56) и рассматривая сначала случай внешней орбиты, находим:

$$\varphi_m = \int_{r_0}^{r_m} \frac{dr}{r} \cdot \frac{r_m - F_m + F}{[(r - r_m + F_m - F)(r + r_m - F_m + F)]^{1/2}}. \tag{59}$$

Для дальнейшего удобно ввести безразмерные величины

$$\rho = \frac{r}{r_0} \tag{60}$$

и

$$r_0 K(r) \equiv \mathscr{K}(\rho). \tag{60'}$$

Введем, кроме того, новый параметр τ, являющийся функцией от r (или от ρ):

$$\tau = \frac{1}{r_0}(r_0 - r + F(r)) \tag{61}$$

и

$$\frac{d\tau}{d\rho} = \rho \mathscr{K}(\rho) - 1. \tag{62}$$

В дальнейшем мы будем рассматривать только такие поля, для которых*

$$rK(r) \geqslant 1 \quad \text{при} \quad r \geqslant r_0.$$

При этом τ будет положительной монотонно возрастающей функцией от ρ при $\rho > 1$, причем при $\rho = 1$ $\tau = 0$. Отсюда следует, что мы можем обратить зависимость, т. е. рассматривать ρ как функцию от τ, причем при $\rho > 1$ эта зависимость будет однозначной. Обозначим еще

$$t \equiv \tau_m = \frac{1}{r_0}(r_0 - r_m + F_m) = 1 - \sin\psi_0. \tag{63}$$

Тогда мы получим из (59), (60), (61) и (63) следующее выражение

$$\varphi_m = \int_0^t \frac{1}{\rho} \cdot \frac{d\rho}{d\tau} \cdot \frac{\rho - t + \tau}{\sqrt{(t-\tau)(2\rho - t + \tau)}} \, d\tau. \tag{64}$$

Можно рассматривать (64) как нелинейное интегральное уравнение для функции $\rho(\tau)$, если φ_m есть заданная функция от t. Требование фокусировки заключается в том, чтобы φ_m было постоянной (не зависело от t).

Мы можем решить уравнение (64) следующим путем. Разложим функцию

$$\frac{\rho - t + \tau}{\sqrt{2\rho - t + \tau}} = \sqrt{\frac{\rho}{2}} \cdot \frac{1 - x}{\sqrt{1 - \frac{x}{2}}} \quad \text{при} \quad x = \frac{t - \tau}{\rho} \tag{65}$$

в ряд по степеням x. Ряд будет сходящимся во всей интересующей нас области, так как из (52), (54), (60), (61) и (63) вытекает, что

$$x = \frac{t - \tau}{\rho} = 1 - \sin\psi \quad \text{при} \quad 0 < x < 2. \tag{66}$$

Воспользовавшись (24), получим:

$$\varphi_m = \frac{1}{\sqrt{2}} \sum_{s=0}^{\infty} \frac{a_s}{1/2 - s} \int_0^t (t-\tau)^{s-1/2} \frac{d}{d\tau} \rho^{1/2 - s} \, d\tau. \tag{67}$$

Будем искать решение этого уравнения в виде ряда по степеням $\sqrt{\tau}$:

$$\rho(\tau) = 1 + \theta\sqrt{\tau} \sum_{p=0}^{\infty} \lambda_p \tau^{p/2}, \qquad (\lambda_0 = 1) \tag{68}$$

где θ — некоторый параметр. Можно показать, что коэффициенты при четных степенях $\sqrt{\tau}$ суть четные полиномы от θ, а при нечетных степенях — нечетные полиномы от θ. Поэтому при изменении знака θ и одновременном изменении знака $\sqrt{\tau}$ ряд (68) не изменится. Нам надо теперь найти $\frac{d}{d\tau}\rho^{1/2 - s}$ также в виде ряда по степеням $\sqrt{\tau}$. Это удобно сделать, введя сначала целые степени ряда

$$\left\{\sum_{p=0}^{\infty} \lambda_p \tau^{p/2}\right\}^k = \sum_{p=0}^{\infty} L_p^{(k)} \tau^{p/2}. \tag{69}$$

---

* Это — хорошо известное условие устойчивости равновесной орбиты, которое мы должны принять как условие возможности фокусировки.

Тогда легко показать, что

$$\frac{d}{d\tau}\,\rho^{\frac{1}{2}-s}=\sum_{n=0}^{\infty}A_n^{(s)}\tau^{\frac{n}{2}-\frac{1}{2}}, \tag{70}$$

где коэффициенты $A_n^{(s)}$ определяются формулой:

$$A_n^{(s)}=\frac{n+1}{2}\sum_{k=0}^{n+1}\binom{\frac{1}{2}-s}{k}\theta^k L_{n+1-k}^{k}. \tag{71}$$

$L_p^{(k)}$, как видно из (69), есть полином от $\lambda_0, \lambda_1, \ldots, \lambda_p$, содержащий λ_p линейно.

Подставив (70) в (67) и выполнив интегрирование, мы получим φ_m в виде ряда по полуцелым степеням t, начинающегося со свободного члена. Так как φ_m должно быть постоянной, то все коэффициенты этого ряда, кроме свободного члена, должны быть приравнены нулю. Из этого условия мы получаем, во-первых, выражение φ_m через θ*:

$$\varphi_m=\sqrt{2}\,\pi A_0^{(0)}=\frac{\pi}{2\sqrt{2}}\,\theta \tag{72}$$

и, во-вторых, бесконечную рекуррентную систему уравнений для λ_1, λ_2, $\lambda_3, \ldots$

$$\sum_{s=0}^{\left[\frac{m}{2}\right]}\frac{a_s A_{m-2s}^{(s)}}{1/2-s}\,B\left(s+\frac{1}{2},\ \frac{m+1}{2}-s\right)=0 \quad \text{при} \quad m=1,2,3,\ldots \tag{73}$$

$\left(\left[\frac{m}{2}\right]\right.$ есть целая часть $\left.\frac{m}{2}\right)$, из которой последовательно определим все коэффициенты ряда (68).

Заметим, что, хотя система (73) является нелинейной, последовательное определение коэффициентов λ_1, λ_2 и т. д. особого труда не представляет, так как каждое новое неизвестное входит в определяющее его уравнение линейно.

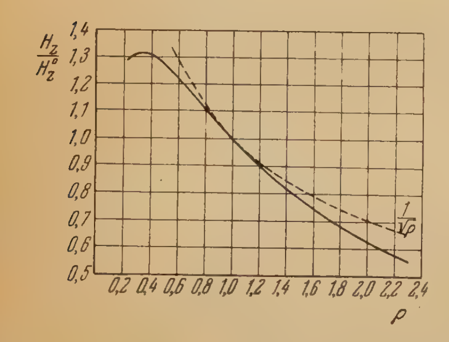


Рис. 2. Фокусирующее магнитное поле с осевой симметрией как функция радиуса-вектора $\rho=\frac{r}{r_0}$ при угле фокусировки $2\varphi_m=\sqrt{2}\,\pi$ $(\theta=2)$. $H_z^0=H_z(r_0)$ — значение магнитного поля на равновесной орбите (величина r_0 принята за единицу). Для сравнения приведен график функции $1/\sqrt{\rho}$ для магнитного поля, фокусирующего бесконечно узкий пучок

Таким путем мы находим следующие значения первых коэффициентов λ_p:

$$\left.\begin{aligned}
&\lambda_1=\frac{\theta}{4},\quad \lambda_2=\frac{1}{4},\quad \lambda_3=\frac{\theta}{32},\quad \lambda_4=\frac{11}{160}-\frac{3}{320}\theta^2,\\
&\lambda_5=-\frac{1}{80}\theta+\frac{1}{320}\theta^3,\quad \lambda_6=\frac{83}{4480}+\frac{3}{1280}\theta^2-\frac{1}{896}\theta^4,\\
&\lambda_7=-\frac{2417}{1146880}\theta+\frac{3}{8192}\theta^3+\frac{3}{7168}\theta^5,
\end{aligned}\right\} \tag{74}$$

* Для внутренних орбит, для которых мы считаем $\theta<0$, мы должны изменить также знак φ согласно (56). Таким образом мы приходим к (50).

при помощи которых численные значения функции $\rho(\tau)$ могут быть определены из (68).

Если обратить ряд (68), то $\sqrt{\tau}$ оказывается нечетной функцией от θ (это видно из значений коэффициентов (74)). Следовательно, $\tau(\rho, \theta)$ и $K(\rho, \theta)$ суть четные функции от θ. Поэтому наши два определения функции $K(\rho)$ (при $\theta > 0, \rho > 1$, при $\theta < 0, \rho < 1$) в действительности совпадают и $K(\rho)$ оказывается аналитической функцией от ρ при $\rho = 1$.

График магнитного поля $H_z(r)$ для угла фокусировки $2\sqrt{\pi}$ приведен на рис. 2.

7. Замечания относительно пространственных орбит

Для того чтобы развитая выше теория могла быть положена в основу конструкции прибора, надо исследовать влияние отклонений от жестких требований, предъявляемых к пучку.

Вопросы подобного рода обычно решаются при помощи теории возмущений. Не имея в виду давать полную теорию изображения, коснемся лишь вопроса о поведении орбит (для поля с цилиндрической симметрией), отклоняющихся от основной плоскости на малый начальный угол ε_0, причем ограничимся только первым приближением. В этом случае отклонение z частицы от основной плоскости (в функции от длины дуги s траектории) определяется уравнением*:

$$\frac{d^2 z}{ds^2} = \frac{dK}{dr} \sin\psi \cdot z \equiv -L(s) \cdot z. \tag{75}$$

При произвольных начальных условиях приближенное решение (75) мы можем написать в виде:

$$z = \frac{p_0}{\sqrt[4]{L(0)L(s)}} \sin \int_0^s \sqrt{L(\sigma)}\, d\sigma + z_0 \sqrt[4]{\frac{L(0)}{L(s)}} \cos \int_0^s \sqrt{L(\sigma)}\, d\sigma, \tag{76}$$

где

$$p_0 = \operatorname{tg} \varepsilon_0 \approx \varepsilon_0. \tag{77}$$

Длину дуги s можно определить как функцию r

$$\frac{ds}{dr} = \frac{1}{\cos\psi}. \tag{78}$$

Интеграл (76) можно вычислить численно, так как все величины, входящие в него, выражаются в функции от параметра τ (см. (62), (63), (66) и (68)). Максимальное отклонение не превышает величины:

$$|z|_{max} < \left\{ \frac{p_0^2}{\sqrt{L(0)L(s_1)}} + z_0^2 \sqrt{\frac{L(0)}{L(s_1)}} \right\}^{1/2}, \tag{79}$$

где s_1 соответствует минимуму $L(s)$. Так, например, для $\theta = 2$ и (внешней) траектории, соответствующей $\sin\psi_0 = 0{,}75$ (угол с круговой орбитой равен $\frac{\pi}{2} - \psi_0 = 41°25'$), мы находим при $z_0 = 0$:

$$|z|_{max} < 1{,}921\, p_0 r_0.$$

---

* Величины K и ψ относятся к плоской траектории, рассматриваемой как «невозмущенное движение».

В то время как для траектории, проходящей над круговой орбитой,

$$|z|_{max} = 1{,}414\,\rho_0 r_0.$$

Вычисляя фазу (выражение под знаком синуса) в формуле (76) для угла $\varphi = \varphi_m$, мы находим, что она равна приблизительно $125°{,}5$, вместо $\frac{\pi}{2}$, как это нужно было бы для точной вертикальной фокусировки. Таким образом, частица пересекает плоскость $z = 0$ ранее достижения фокуса. Это объясняется тем, что частица проходит здесь значительно более длинный путь, чем тот, который она проходила бы, двигаясь над круговой орбитой. В последнем случае, как известно, при $\theta = 2$ осуществляется также и вертикальная фокусировка. Формула (79) показывает, что движение электрона относительно плоскости $z = 0$ устойчиво.

Несколько сложнее уравнения для определения горизонтальных поправок. Обозначив ξ_ν и ξ_τ смещения соответственно в сторону внутренней нормали и касательной к траектории (последняя величина интереса не представляет и подлежит исключению), мы получим следующую систему уравнений:

$$\left.\begin{aligned} &\frac{d^2\xi_\nu}{ds^2} + K\frac{d\xi_\tau}{ds} + \frac{dK}{dr}\sin\psi\cdot\xi_\nu = -\frac{1}{2}\,z^2\Delta_2 K - \frac{dK}{dr}\cos\psi\,\frac{d}{ds}\cdot\frac{z^2}{2} \\ \text{и}\quad & \\ &\frac{d^2\xi_\tau}{ds^2} - K\frac{d\xi_\nu}{ds} - \frac{dK}{dr}\cos\psi\cdot\xi_\nu = -\frac{dK}{dr}\sin\psi\cdot\frac{d}{ds}\cdot\frac{z^2}{2}, \end{aligned}\right\} \tag{80}$$

где

$$\Delta_2 K \equiv \frac{d^2K}{dr^2} + \frac{1}{r}\cdot\frac{dK}{dr}.$$

Это — система уравнений для «вынужденных колебаний», причем роль «внешней силы» играют величины, зависящие от z^2. Значение z^2 должно быть предварительно найдено из (76). Решения (80) и (75) при подходящих начальных условиях дают полный ответ на вопрос о характере изображения «светящейся точки» в пределах взятого приближения (малость ε_0 и z_0 и, соответственно, начальных значений ξ_ν и ξ_τ, порядка ε_0^2 и z_0^2). Например, для несмещенной светящейся точки $\left(z_0 = 0,\ \xi_\nu^0 = \xi_\tau^0 = 0,\ \left(\frac{d}{ds}\xi_\nu\right)_0 = \left(\frac{d}{ds}\xi_\tau\right)_0 = 0\right)$ и пучка, диафрагмированного строго в вертикальной плоскости, мы получим пучок, сечение которого фокальной плоскостью («изображение») имеет вид отрезка параболы или окружности, обращенной внутрь или наружу, главным образом в зависимости от знака $\Delta_2 K$ в правой части уравнения (80). Радиус этой окружности зависит также от начального горизонтального угла ψ_0 пучка. Наиболее совершенным будет, конечно, изображение, полученное при помощи только центрального пучка (при $\theta = 2$, вокруг равновесной окружности), для которого во всех направлениях будет осуществляться фокусировка до величин 2-го порядка. При прибавлении боковых пучков лучей изображение будет вытягиваться в вертикальном направлении и края его будут несколько изгибаться (в нашем случае, при $\theta = 2$, благодаря тому, что $\Delta_2 K$ оказывается отрицательным, будет иметь место тенденция к изгибанию во внутреннюю сторону). Наихудших изображений можно ожидать от самых крайних боковых пучков, во избежание чего их следует сильнее диафрагмировать в вертикальном направлении. Это несколько уменьшит выигрыш от использования очень широких горизонтальных пучков. Все же благодаря точной фокусировке строго горизонтального пучка, в тех случаях, когда целью является не улучшение качества изображения, а увеличение светосилы, можно получить в подобном приборе, без серьезной

порчи изображения, выигрыш в интенсивности по сравнению с обычным методом, в зависимости от протяжения, на котором удается осуществить рассчитанное магнитное поле.

Ленинградский гос. университет
им. А. А. Жданова

Получена редакцией
11. III. 1954 г.

Цитированная литература

1. Корсунский М., Кельман В. и Петров Б., ЖЭТФ, **14**, 394 (1944).
2. Джелепов Б. С. и Башилов А. А., Изв. АН СССР, Серия физич., **14**, 263 (1950).
3. Джелепов Б., Башилов А., Золотавин А. и Антоньева Н., ДАН СССР, **64**, *6*, 803 (1949).
4. Гринберг Г., ЖТФ, **13**, 361 (1943).
5. Фок В., Математ. сборн., **32**, 519 (1932).
6. Сонин Н., Записки Новороссийского об-ва естествоиспыт., 1885; Acta mathematica, **4** (1884).
7. Volterra V., Leçons sur les équations intégrales, p. 62.— Paris, 1913.

ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК СССР

Т. XVIII, № 2 СЕРИЯ ФИЗИЧЕСКАЯ 1954

А. А. БАШИЛОВ и В. И. БЕРНОТАС

РАСЧЕТ ЭЛЕКТРОННЫХ ИЗОБРАЖЕНИЙ В КЭТРОНЕ *

Метод точной фокусировки широкого плоского пучка электронов при помощи неоднородного магнитного поля (см. ниже рис. 1) был предложен Корсунским, Кельманом и Петровым [1]. Этот метод был использован Б. С. Джелеповым и одним из авторов настоящего доклада для постройки β-спектрометра с улучшенной фокусировкой — кэтрона [2].

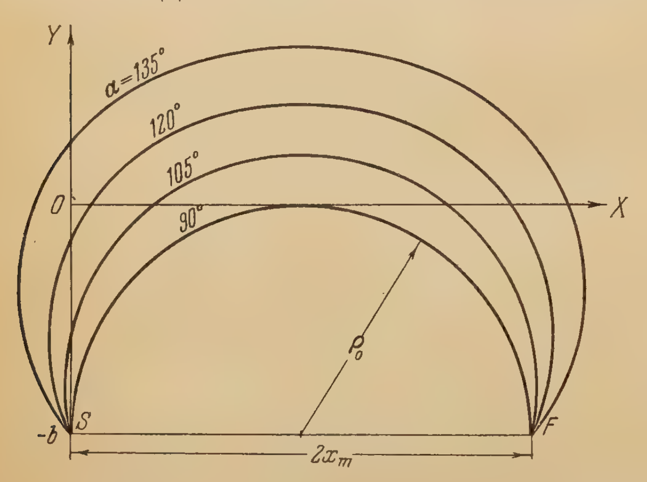


Рис. 1. Принцип фокусировки электронов неоднородным магнитным полем

При конструировании β-спектрометров с неоднородным магнитным полем, в частности в случае кэтрона, для правильного сочетания разрешающей способности и светосилы прибора необходимо знать движение электронов в полях специального вида.

Настоящая статья посвящена расчету движения электронов в кэтроне и получающихся при этом изображений источника в фокальной плоскости прибора. Эти расчеты основаны на общей теории фокусировки, изложенной в работе П. П. Павинского [3]. Ввиду того что эта работа печатается в этом же номере журнала, мы считаем возможным ссылаться непосредственно на выведенные в ней формулы в тех случаях, когда это необходимо.

1. Магнитное поле и уравнения движения

Пусть фокусирующее магнитное поле в центральной плоскости прибора ($z=0$) зависит только от одной декартовой координаты, например от y, и пусть при $y<0$ магнитное поле однородно (рис. 1 и 2). Таким образом,

$$H_x=0, \quad H_y=0, \quad H_z=H_z(y), \tag{1}$$

и центральная плоскость прибора является плоскостью симметрии магнитного поля.

* Доложено на сессии Отделения физико-математических наук АН СССР 24 апреля 1950 г.

Пусть источник электронов помещен в точку с координатами $x = 0$ и $y = -b$ и поле фокусирует электроны в точку $x = 2x_m$ и $y = -b$.

В дальнейшем вместо напряженности магнитного поля $H_z(y)$ мы будем пользоваться эквивалентной величиной — кривизной траекторий электронов:

$$K = K(y) = \frac{1}{\rho(y)} = \frac{eH_z(y)}{mvc}, \tag{2}$$

где

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}.$$

Будем считать, что

$$\left.\begin{aligned} &K = K_0 = \text{const} \quad \text{при} \quad -b \leqslant y < 0, \\ &K = K(y) \quad \text{при} \quad y > 0, \\ \text{и} \quad &K(0) = K_0 \quad \text{и} \quad \lim_{y \to +0} \frac{dK}{dy} = 0. \end{aligned}\right\} \tag{3}$$

Для фокусировки электронов в точку $x = 2x_m$, $y = -b$ траектории электронов должны быть симметричны относительно линии $x = x_m$ (рис. 1). Поэтому условие фокусировки можно записать в виде:

$$\left(\frac{dy}{dx}\right)_{x=x_m} = 0 \tag{4}$$

для вершин всех траекторий. Исходя из уравнений движения электронов в магнитном поле и пользуясь условием фокусировки (4), П. П. Павинский [3] приводит задачу о фокусирующем поле к решению интег-

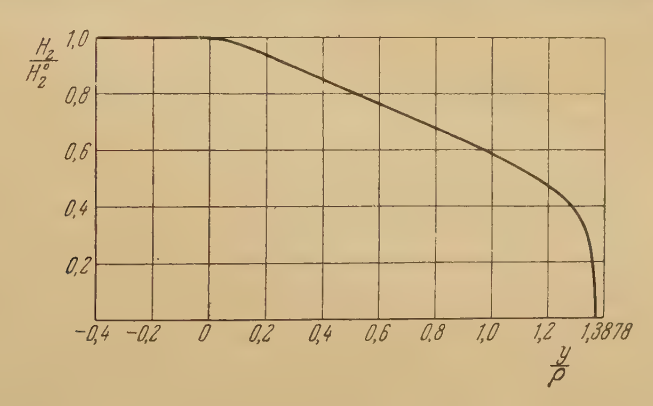


Рис. 2. Фокусирующее магнитное поле в центральной плоскости прибора

рального уравнения Вольтерра, содержащему в качестве искомой функции y_m — ординату вершины траектории. Решение уравнения П. П. Павинский предлагает в виде рядов по степеням параметра τ, который имеет простой геометрический смысл

$$\tau = \cos \alpha_0, \tag{5}$$

где α_0 — начальный угол вылета электрона.

Зная $y_m(\tau)$, можно найти $K(\tau)$ по формуле:

$$\frac{dy_m(\tau)}{d\tau} = \frac{1}{K(\tau)}. \tag{6}$$

Эта формула дает зависимость H от y, выраженную через параметр τ (см. формулу (19) в [3]).

Магнитное поле вблизи центральной плоскости можно представить при помощи уравнений Максвелла в виде:

$$\left.\begin{aligned} &H_x(y, z) = 0,\\ &H_y(y, z) = \frac{dH(y)}{dy} z + 0(z^3),\\ &H_z(y, z) = H(y) - \frac{1}{2} \cdot \frac{d^2H(y)}{dy^2} z^2 + 0(z^4), \end{aligned}\right\} \tag{7}$$

где $H(y)$ — магнитное поле в центральной плоскости. Остаточные члены $0(z)$ в формулах (7) весьма малы всюду, за исключением небольшого участка неоднородной области поля при $y \approx 0$.

Движение электронов в магнитном поле подчиняется известному соотношению Лоренца:

$$m\frac{d\mathbf{v}}{dt} = \frac{e}{c}[\mathbf{vH}], \quad m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}. \tag{8}$$

Так как скорость электрона в магнитном поле не меняется, то по формулам

$$\frac{d}{dt} = \frac{ds}{dt} \cdot \frac{d}{ds} = v\frac{d}{ds}, \quad \frac{d^2}{dt^2} = v^2\frac{d^2}{ds^2} \tag{9}$$

в уравнении (8) удобнее перейти к новой независимой переменной — длине пути электрона s.

Используя формулы (9) и соотношения (7), получим уравнения движения для рассматриваемого случая в виде:

$$\left.\begin{aligned} &\frac{d^2x}{ds^2} = \frac{e}{mvc}\left[\frac{dy}{ds}\left(H - \frac{1}{2}z^2\frac{d^2H}{dy^2}\right) - H'z\frac{dz}{ds}\right],\\ &\frac{d^2y}{ds^2} = -\frac{e}{mvc}\left(H - \frac{1}{2}z^2\frac{d^2H}{dy^2}\right)\frac{dx}{ds}\\ \text{и}\quad &\frac{d^2z}{ds^2} = \frac{e}{mvc}\cdot\frac{dx}{ds}H'z. \end{aligned}\right\} \tag{10}$$

Обозначая численное значение вектора кривизны кривой

$$\mathbf{K} = \frac{d^2\mathbf{r}}{ds^2} = \frac{e}{mvc}\left[\frac{d\mathbf{r}}{ds}, \mathbf{H}\right]$$

в центральной плоскости через $K(y)$, а $\frac{dK(y)}{dy}$ и $-\frac{1}{2}\cdot\frac{d^2K(y)}{dy^2}$ соответственно через $K'(y)$ и $P(y)$, запишем систему (10) в окончательном виде:

$$\left.\begin{aligned} &\frac{d^2x}{ds^2} = (K + Pz^2)\frac{dy}{ds} - K'z\frac{dz}{ds},\\ &\frac{d^2y}{ds^2} = -(K + Pz^2)\frac{dx}{ds}\\ \text{и}\quad &\frac{d^2z}{ds^2} = K'z\frac{dx}{ds} \end{aligned}\right\} \tag{11}$$

при начальных условиях:

$$\left.\begin{aligned} &x|_{s=0} = x_0, \quad y|_{s=0} = y_0, \quad z|_{s=0} = z_0,\\ &\frac{dx}{ds}\Big|_{s=0} = \cos\alpha_0\cos\varepsilon_0, \quad \frac{dy}{ds}\Big|_{s=0} = \sin\alpha_0\cos\varepsilon_0, \quad \frac{dz}{ds}\Big|_{s=0} = \sin\varepsilon_0. \end{aligned}\right\} \tag{12}$$

Здесь через ε_0 обозначен начальный угол наклона траектории к центральной плоскости.

Система уравнений (11) позволяет находить координаты электрона x, y и z как функции параметра s, т. е. непосредственно дает траекторию электрона.

Между тем иногда достаточно знать лишь отклонение траектории в пространстве от некоторой траектории в плоскости.

Обозначая координаты электрона в пространстве через x, y, z, а координаты электрона, летящего в центральной плоскости, через x_0 и y_0, легко получить из системы (11) систему для вычисления отклонений

$$x - x_0 = \varphi, \quad y - y_0 = \psi, \quad z = z_0. \tag{13}$$

Преобразованная система с точностью до членов второго порядка относительно φ, ψ будет иметь вид:

$$\left.\begin{aligned} \frac{d^2\varphi}{ds^2} &= K\frac{d\psi}{ds} + K'\psi\cos\vartheta + Pz^2\cos\vartheta - K'z\frac{dz}{ds}, \\ \frac{d^2\psi}{ds^2} &= -K\frac{d\varphi}{ds} - K'\psi\sin\vartheta - Pz^2\sin\vartheta \\ \frac{d^2z}{ds^2} &= K'z\sin\vartheta, \end{aligned}\right\} \tag{14}$$

где ϑ — угол между касательной к траектории и осью OY, при начальных условиях:

$$\left.\begin{aligned} &\varphi\big|_{s=0} = \varphi_0, \quad \psi\big|_{s=0} = \psi_0, \quad z\big|_{s=0} = z_0, \\ &\frac{d\varphi}{ds}\bigg|_{s=0} = (\cos\varepsilon_0 - 1)\cos\alpha_0, \quad \frac{d\psi}{ds}\bigg|_{s=0} = (\cos\varepsilon_0 - 1)\sin\alpha_0, \quad \frac{dz}{ds}\bigg|_{s=0} = \sin\varepsilon_0. \end{aligned}\right\} \tag{15}$$

Для решения системы (14) необходимо коэффициенты системы, т. е.

$$K(y), \quad K'(y), \quad P(y) \text{ и } \cos\vartheta,$$

выразить как функции длины пути s. Это можно сделать, если найти функцию $s(y)$: исключая, например, в функциях $K(y)$ и $s(y)$ параметр y, получим $K(s)$.

Найти $s(y)$ сравнительно легко. В самом деле,

$$s(y) = \int_{-b}^{y} \frac{1}{\cos\vartheta}\, d\eta,$$

а

$$\frac{dy}{ds} = \cos\vartheta = \sin\alpha = \sqrt{1 - \cos^2\alpha}.$$

Но (см. [3])

$$\cos\alpha = 1 + \cos\alpha_0 + \int_0^y K(\eta)\, d\eta.$$

Поэтому

$$s(y) = \int_{-b}^{y} \frac{d\eta}{\sqrt{1 - \cos^2\alpha}}.$$

Найти общее решение уравнений движения пока не удается. Поэтому при интегрировании систем (11) или (14) приходится пользоваться в обла-

сти однородного поля формулами:

$$\left.\begin{aligned} x &= x_0 + v_0 - v, \\ y &= y_0 - u_0 + u, \\ z &= z_0 + w_0 s, \end{aligned}\right\} \quad \text{где} \quad \left\{\begin{aligned} u_0 &= \left(\frac{dx}{ds}\right)_0, \quad u = \frac{dx}{ds} = u_0 \cos s + v_0 \sin s, \\ v_0 &= \left(\frac{dy}{ds}\right)_0, \quad v = \frac{dy}{ds} = -u_0 \sin s + v_0 \cos s \\ w_0 &= \left(\frac{dz}{ds}\right)_0, \end{aligned}\right.$$

для системы (11) и

$$\left.\begin{aligned} \varphi &= \varphi_0 + v'_0 - v', \\ \psi &= \psi_0 - u'_0 + u', \\ z &= z_0 + w_0 s, \end{aligned}\right\} \quad \text{где} \quad \left\{\begin{aligned} u'_0 &= \left(\frac{d\varphi}{ds}\right)_0, \quad u' = u'_0 \cos s + v'_0 \sin s, \\ v'_0 &= \left(\frac{d\psi}{ds}\right)_0, \quad v' = -u'_0 \sin s + v'_0 \cos s \end{aligned}\right.$$

для системы (14), а в области неоднородного поля интегрировать численно, по методу Адамса—Штермера [4]. Метод Адамса—Штермера, как известно, непосредственно применим только к интегрированию уравнений первого порядка. Поэтому уравнения движения должны быть преобразованы в систему уравнений первого порядка:

$$\left.\begin{aligned} \frac{dx}{ds} &= u, & \frac{du}{ds} &= (K + Pz^2)\,v - K'zw, \\ \frac{dy}{ds} &= v, & \frac{dv}{ds} &= -(K + Pz^2)\,u, \\ \frac{dz}{ds} &= w, & \frac{dw}{ds} &= K'zu, \end{aligned}\right\} \qquad (11')$$

для которых и составляются расчетные таблицы.

Численное интегрирование последней системы в данной работе велось с учетом четвертого знака после запятой, в соответствии с точностью вычисления напряженности магнитного поля.

Величина радиуса кривизны траектории частиц в однородном поле принималась равной единице.

Результаты вычислений

Вычисление ряда траекторий позволило судить о движении электронов в приборе.

Результаты вычислений представлены в таблице; часть результатов, отмеченная в таблице звездочкой, взята из дипломной работы студента

Отклонение электронов от фокуса

α_0	ε_0	z_0, см	$-\delta$, см	z, см	α_0	ε_0	z_0, см	$-\delta$, см	z, см
90°	0°	0	0	0	120°	0°	0	0	0
	1°	0	0,0004	0,055		0°	0,05	0,0060	0,012
	2°	0	0,0012	0,110		0°	—0,10	0,0180	0,045
	3°	0	0,0028	0,165		1°	0	0,0009	0,020
	6°	0	0,0110	0,330		2°	0	0,0025	0,042
105°	0°	0	0	0		3°	0	0,0052	0,060*
	0°	0,08	0,0050	0,017		3°	0,05	0,0090	0,060
	1°	0	0,0012	0,040		3°	—0,10	0,0170	0,110*
	2°	0	0,0030	0,080		6°	0	0,0125	0,140*
	2°	0,08	0,0120	0,095	135°	0°	0	0	0
	3°	0	0,0050	0,120		—1°30′	0,045	0,0010	—0,045
						3°	0	0,0068	0,003*
						6°	0	0,0312	0,012*

ЛГУ Х. М. Назюкова. В этой таблице даны координаты точек пересечения траекторий с фокальной плоскостью. Величина δ измеряется по оси $0X$ от точки $x = 2x_m$ (фокус), а величина z — по оси $0Z$ от той же точки.

На основании данной таблицы построены графики зависимости отклонений δ от горизонтального угла вылета электрона α_0 (рис. 3) для

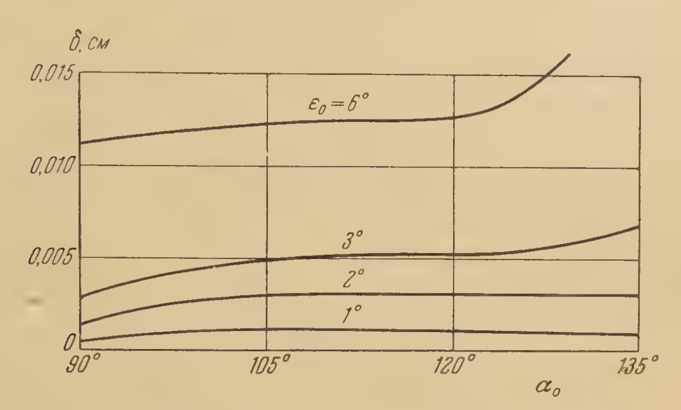


Рис. 3. Зависимость отклонения δ-электронов от фокуса от горизонтального угла вылета α_0 (точечный источник) при $z_0 = 0$

точечного источника и графики зависимости отклонений δ от начальной высоты z_0 для отдельных траекторий линейного источника (рис. 4).

Как видно из графиков, отклонение электронов при малых ε_0 в весьма слабой степени зависит от горизонтального угла вылета. Это и понятно. Напряженность H_z магнитного поля выше (или ниже) центральной плоскости при малых z весьма незначительно отличается от напряженности H_z в центральной плоскости (см. (7)). Поэтому можно считать, что магнитное поле фокусирует электроны по величине горизонтальной составляющей их скорости, а не по полной скорости. Таким образом, отклонение в основном определяется величиной ε_0. Более того, при малом ε_0 разность $v - v \cos \varepsilon_0$ есть величина второго порядка малости относительно ε_0, а потому и отклонение есть величина второго порядка малости относительно ε_0.

Рис. 4. Зависимость отклонения δ-электронов от фокуса от начальной высоты z_0 для различных α_0 и ε_0

Но эти соображения не применимы при значительных z. Для больших значений вертикального угла вылета следует ожидать увеличения отклонений с увеличением длины пути электрона в магнитном поле, т. е. с увеличением α_0.

Такое увеличение мы действительно наблюдаем уже при $\varepsilon_0 = 6°$ (см. рис. 3). Это обстоятельство ограничивает применение очень широких горизонтальных пучков.

Из этих же соображений следует, что при больших значениях ε_0 отклонения будут резко возрастать. Поэтому для получения хорошей разрешающей способности нужно сильно диафрагмировать пучок в вер-

тикальной плоскости, что приводит также к ограничению длины источника.

На рис. 5 изображены проекции электронных траекторий на плоскость XOZ.

С особой наглядностью эти проекции показывают вертикальную фокусировку электронов магнитным полем, т. е. действие составляющей поля H_y.

Электроны, летящие в однородном поле ($\alpha_0 = 90°$), не испытывают вертикальной фокусировки: точки пересечения их траекторий фокальной плоскостью лежат выше подобных точек для других α_0. Действие вертикальной фокусировки увеличивается с увеличением длины пути электрона в магнитном поле: при $\alpha_0 = 105°$ электроны в конце пути летят еще вверх, а при $\alpha_0 = 120°$ электроны, вылетевшие вверх, в конце пути летят вниз, но не успевают вернуться на центральную плоскость. При $\alpha_0 = 135°$ магнитное поле почти полностью фокусирует электроны в вертикальном направлении.

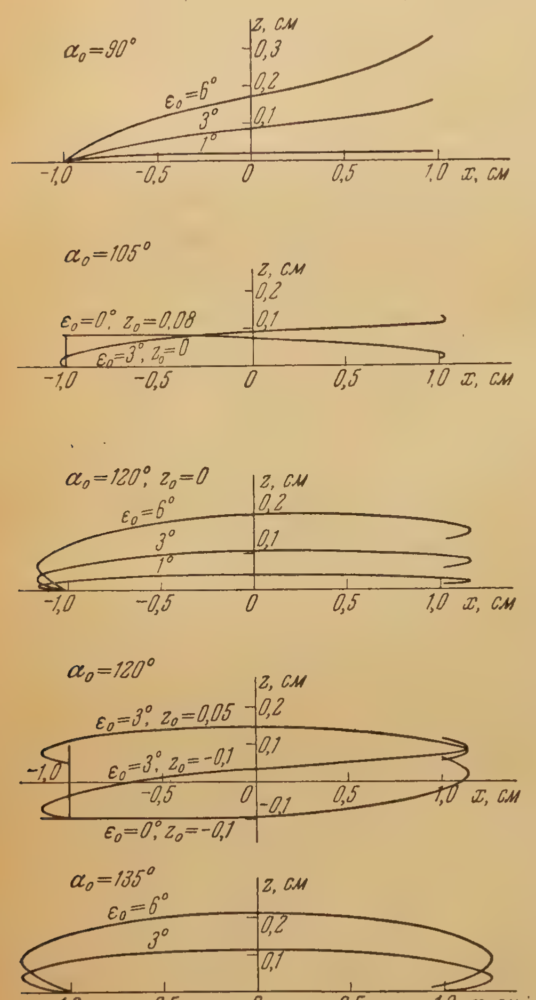


Рис. 5. Проекции траекторий электронов на фокальную плоскость (XOZ) при $\rho_0 = 1$ см. Начало координат помещено в центр построения прибора

2. Изображение источника

Изображение точечного источника

Изображение точечного источника можно найти, если рассмотреть поведение узких ($\Delta\alpha = 0$) вертикальных пучков электронов, т. е. пучков, для каждого из которых α_0 фиксировано, а ε_0 принимает любое значение в пределах вертикального угла раствора.

Рассмотрим сначала пучок электронов, вылетающих под углом $\alpha_0 = 90°$. Изображение этого пучка в фокальной плоскости (рис. 6, *а*) представится отрезком параболы, обращенным выпуклостью наружу.

При увеличении угла α_0 концы параболы станут сближаться, в то время как середина ее останется на месте. Сближение концов объясняется вертикальной фокусировкой электронов, которая увеличивается с α_0. Наконец, при некотором значении α_0 концы параболы перейдут за линию $z = 0$, образовав таким образом петлю.

Изображение точечного источника будет представляться семейством кривых, имеющих общую точку $x = 2x_m$, $z = 0$. На рис. 6, *б* штриховкой показана область фокальной плоскости, на которую попадают электроны из точечного источника.

Изображение линейного источника

Изображение линейного источника можно найти, рассматривая, как и в случае точечного источника, узкие вертикальные пучки электронов,

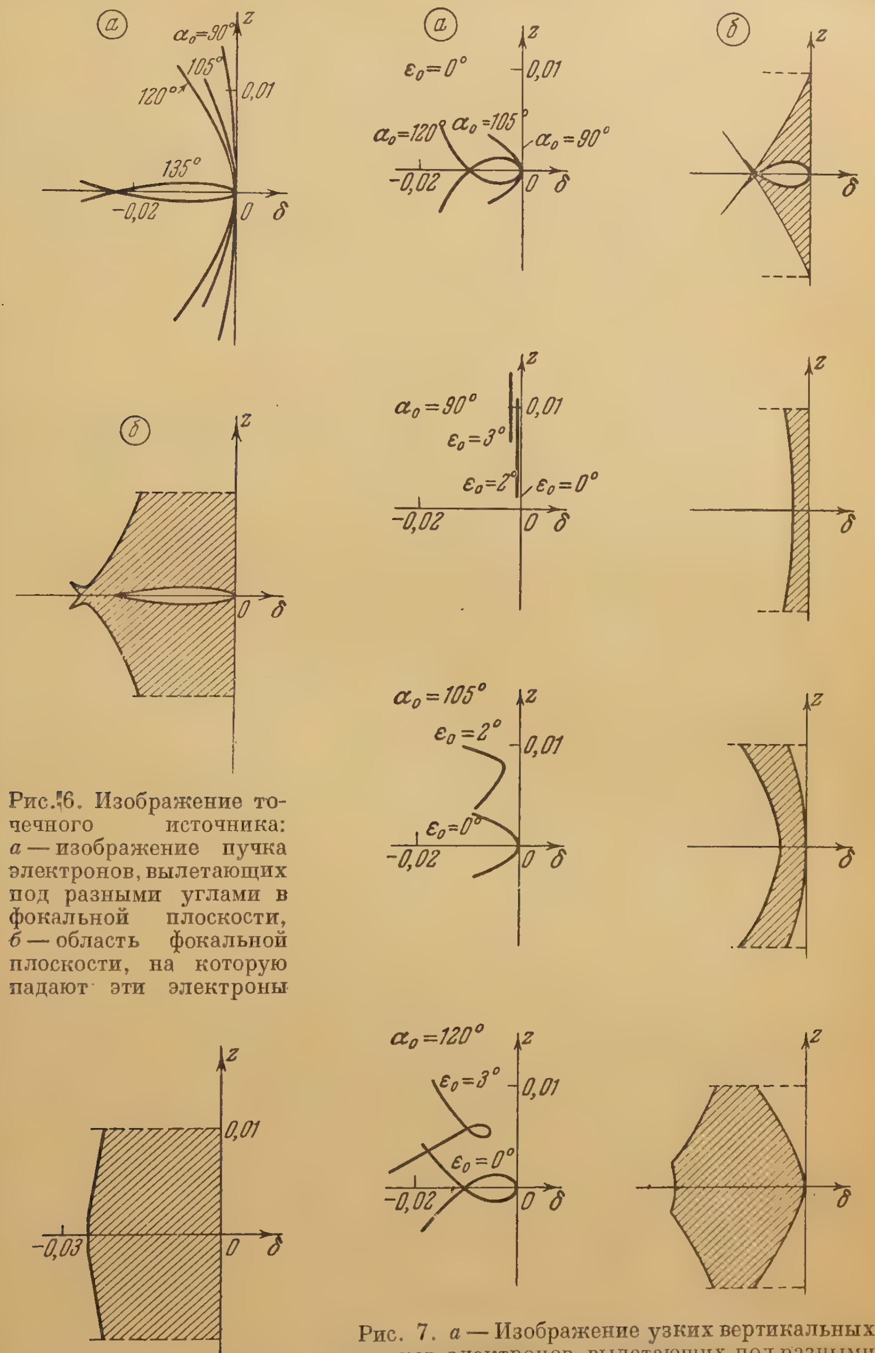


Рис. 6. Изображение точечного источника: *а* — изображение пучка электронов, вылетающих под разными углами в фокальной плоскости, *б* — область фокальной плоскости, на которую падают эти электроны

Рис. 8. Изображение линейного источника

Рис. 7. *а* — Изображение узких вертикальных пучков электронов, вылетающих под разными углами, *б* — изображение областей фокальной плоскости, на которые падают эти электроны

при помощи которых можно построить изображения источника в фокальной плоскости (рис. 7, *а*). На рис. 7, *б* показаны области фокальной плоскости, на которые попадают электроны из вертикальных пучков.

Для каждого α_0 эти области несколько напоминают соответствующие кривые рис. 6, *а* (с той, конечно, разницей, что на рис. 7, *б* показаны полоски, а не кривые). То обстоятельство, что при линейном источнике прежние кривые превратились в полоски, приводит к изменению изображения линейного источника по сравнению с точечным. Расчет показывает, что в целом изображение линейного источника, которое получается суммированием изображений вертикальных пучков, имеет в общем прямоугольную форму (рис. 8).

Подобную же форму должно иметь и изображение широкого источника. Ввиду независимости магнитного поля от x смещение линейного источника вдоль оси $0X$ на величину q не меняет изображения, а только смещает его на ту же величину q. Поэтому ширина Δ изображения широкого источника должна равняться ширине δ_m изображения линейного источника такой же длины, увеличенной на ширину источника q, т. е. $\Delta = \delta_m + q$.

3. Форма спектральной линии

Спектральная линия получается при прохождении электронного изображения источника над приемной щелью. Чтобы найти форму спектральной линии, надо знать распределение интенсивности в изображении. Именно нужно найти такую функцию $I(\delta)$, что произведение $I(\delta_0)\,d\delta$ должно равняться числу электронов, отклонения которых от фокуса лежат в интервале $(\delta_0, \delta_0 + d\delta)$.

Когда такая функция известна, найти форму спектральной линии уже нетрудно. Поэтому мы прежде всего займемся разысканием такой функции.

Попрежнему мы будем рассматривать только монохроматические источники. Дело в том, что вид функции $I(\delta)$ сильно зависит от энергетического спектра источника, а сказать что-либо определенное о немонохроматическом спектре трудно. Если бы число вычисленных траекторий было достаточно велико, то вычисление $I(\delta)$ можно было бы провести чисто графическим методом, используя изображения узких вертикальных пучков электронов.

В узком вертикальном пучке число электронов, летящих под углом ε_0 к плоскости симметрии прибора в пределах $(\varepsilon_0, \varepsilon_0 + d\varepsilon)$, пропорционально $\cos\varepsilon_0 \cdot d\varepsilon$.

Нанося на изображение вертикального пучка в фокальной плоскости значения ε_0, можно легко получить распределение интенсивности в изображении вертикального пучка. Построив достаточное число изображений вертикальных пучков и вычислив распределение интенсивности в этих изображениях, можно вслед за тем путем графического интегрирования найти суммарное распределение интенсивности изображения источника.

Однако в данной работе нельзя было воспользоваться таким методом, ибо число вычисленных траекторий для этого было недостаточным. Поэтому при вычислении функции $I(\delta)$ пришлось пойти по другому, более сложному пути.

Распределение интенсивности в изображении точечного источника

В точечном источнике поведение электрона характеризуется двумя параметрами: α_0 и ε_0. Отклонение электрона от фокуса будет функцией этих параметров:

$$\delta = f(\alpha_0, \varepsilon_0). \tag{1}$$

(в дальнейшем мы будем опускать значки $(_0)$ и писать просто α и ε).

Если считать функцию отклонения $\delta(\alpha, \varepsilon)$ известной (графики рис. 3 и 4

дают некоторое основание делать это), то можно рассчитать формулу распределения интенсивности в изображении.

Пусть система диафрагм пропускает в фокальную плоскость пучок электронов, таких, что начальные углы вылета меняются в пределах

$$\left.\begin{aligned} \alpha^1 \leqslant \alpha \leqslant \alpha^2, \\ -\varepsilon^0 \leqslant \varepsilon \leqslant \varepsilon^0. \end{aligned}\right\} \tag{2}$$

Мы будем считать, что в равных телесных углах летит равное число электронов независимо от направления телесных углов. Следовательно, внутри телесного угла

$$d\Omega = \frac{1}{4\pi}\cos\varepsilon\, d\alpha\, d\varepsilon$$

летит

$$i\, d\Omega = \frac{i}{4\pi}\cos\varepsilon\, d\alpha\, d\varepsilon \tag{3}$$

электронов, где i — число электронов, летящих внутри единицы телесного угла (в формуле (3) положено, что полный телесный угол равен 1).

Нам известно, что электроны с одинаковыми ε имеют приблизительно равные отклонения.

Формула (3) показывает, что электронов с одинаковыми вертикальными углами вылета больше всего при $\varepsilon = 0^\circ$. Число их спадает при увеличении ε по закону косинуса и обращается в нуль при $\varepsilon = 90^\circ$.

Отсюда видно, что функция $I_T(\delta)$, дающая распределение интенсивности в изображении точечного источника, должна иметь максимум при $\delta = 0\,(\cos\varepsilon = 1)$.

Выведем теперь формулу для $I_T(\delta)$.

Пусть функция (1) нам известна. Рассмотрим часть плоскости (α, ε), определенную условиями (2). С каждой точкой этой плоскости по формуле (1) мы можем сопоставить точку на прямой δ. Но на плоскости (α, ε) есть множество точек, соответствующих одному δ. Такие точки образуют на плоскости (α, ε) некоторые линии, которые мы будем называть линиями равного отклонения. Уравнения этих линий суть

$$\delta = f(\alpha, \varepsilon) = \text{const} \tag{4}$$

или, например,

$$\varepsilon = f_1(\alpha, \delta_k), \tag{5}$$

где δ_k — значение δ для данной линии. Вид функции $f_1(\alpha, \delta)$ находится из уравнения (1).

Возьмем две линии равного отклонения:

$$\varepsilon_1 = f_1(\alpha, \delta_k)$$

и

$$\varepsilon_2 = f_1(\alpha, \delta_k + d\delta) = \varepsilon_1 + d\varepsilon \approx f_1(\alpha, \delta_k) + \left(\frac{\partial f_1}{\partial \delta}\right)_{\delta=\delta_k} d\delta.$$

Число электронов, имеющих отклонения в интервале $(\delta_k, \delta_k + d\delta)$, равно $I_T(\delta_k)\,d\delta$. С другой стороны, это число пропорционально площади между кривыми ε_1 и ε_2 и равно

$$\frac{1}{4\pi} i \int\limits_{\alpha_1(\delta_k)}^{\alpha_2(\delta_k)} d\alpha \int\limits_{\varepsilon_1}^{\varepsilon_2} \cos\varepsilon\, d\varepsilon = \frac{1}{4\pi} i \int\limits_{\alpha_1(\delta_k)}^{\alpha_2(\delta_k)} \cos\varepsilon\, d\varepsilon\, d\alpha.$$

Таким образом,

$$I_T(\delta_k)\,d\delta = \frac{1}{4\pi} i \int\limits_{\alpha_1(\delta_k)}^{\alpha_2(\delta_k)} \cos f_1(\alpha, \delta_k) \frac{\partial f_1(\alpha, \delta_k)}{\partial \delta}\, d\delta\, d\alpha =$$

$$= \frac{i}{4\pi} d\delta \int\limits_{\alpha_1(\delta_k)}^{\alpha_2(\delta_k)} \cos f_1(\alpha, \delta_k) \frac{\partial f_1(\alpha, \delta_k)}{\partial \delta}\, d\alpha. \tag{6}$$

Так как мы не делали каких-либо предположений о выборе точки δ_k, то значок $_k$ в формуле (6) можно опустить. Сокращая, наконец, обе части формулы на $d\delta$, получим:

$$I_T(\delta) = \frac{i}{4\pi} \int\limits_{\alpha_1(\delta)}^{\alpha_2(\delta)} \cos f_1(\alpha, \delta) \frac{\partial f_1(\alpha, \delta)}{\partial \delta}\, d\alpha. \tag{6'}$$

Ввиду слабой зависимости δ от α линии равного отклонения идут, в общем, параллельно линии $\varepsilon = 0$. Поэтому пределы интегрирования $\alpha_1(\delta)$ и $\alpha_2(\delta)$ определяются как точки пересечения линий равного отклонения с границами интервала (2).

Так как с практической точки зрения распределение интенсивности в изображении точечного источника интереса не представляет, то вычисления по формуле (6′) не производились.

Распределение интенсивности в изображении линейного источника

В случае линейного источника отклонение электронов определяется тремя параметрами — α, ε и z:

$$\delta = f(\alpha, \varepsilon, z_0). \tag{7}$$

Рассмотрим некоторое пространство (α, ε, z), связь точек которого с прямой δ установлена формулой (7). Границы пространства суть:

$$\left.\begin{aligned} \alpha^1 \leqslant \alpha \leqslant \alpha^2, \\ 0 \leqslant z \leqslant l, \\ \varepsilon^1(z) \leqslant \varepsilon \leqslant \varepsilon^2(z) \end{aligned}\right\} \tag{8}$$

(пределы изменения z взяты от нуля до l потому, что присутствие нижней половины источника только увеличит вдвое интенсивность каждой точки изображения).

Если считать, что с единицы длины источника вылетает ежесекундно i_1 электронов, то с малого участка dz длины источника в направлении (α, ε) летит

$$\frac{1}{4\pi} i_1 \cos\varepsilon\, d\alpha\, d\varepsilon\, dz \tag{9}$$

электронов.

Формула (9) в применении к пространству (α, ε, z) показывает, что с окрестностями точки $(\alpha_k, \varepsilon_k, z_k)$ следует сопоставить $\frac{1}{4\pi} i_1 \cos\varepsilon_k\, d\alpha\, d\varepsilon\, dz$ электронов.

Рассмотрим в пространстве (α, ε, z) те точки, отклонения для которых одинаковы. Геометрические места таких точек представятся поверхностями равного отклонения, уравнения которых:

$$\delta = f(\alpha, \varepsilon, z) = \text{const}$$

или

$$z = f_1(\alpha, \varepsilon, \delta) \tag{10}$$

(последнее уравнение получается из уравнения (7)).

Легко видеть, что в интервал $(\delta_k, \delta_k + d\delta)$ попадают те электроны, параметры которых заключены между поверхностями

$$z_1 = f_1(\alpha, \varepsilon, \delta_k)$$

и

$$z_2 = f_1(\alpha, \varepsilon, \delta_k + d\delta).$$

Поэтому

$$I_л(\delta_k)\, d\delta = \frac{i_1}{4\pi} \int\limits_{\alpha_1(\delta_k)}^{\alpha_2(\delta_k)} d\alpha \int\limits_{\xi_1(\alpha, \delta_k)}^{\xi_2(\alpha, \delta_k)} \cos\varepsilon\, d\varepsilon \int\limits_{z_1}^{z_2} dz, \tag{11}$$

где $I_л$ — распределение интенсивности в изображении линейного источника.

Пределы интегрирования $\alpha_1(\delta_k)$ и $\alpha_2(\delta_k)$, а также $\xi_1(\alpha, \delta_k)$ и $\xi_2(\alpha, \delta_k)$ должны быть определены как точки пересечения функции $z = f_1(\alpha, \varepsilon, \delta_k)$ с поверхностями, ограничивающими наше пространство (α, ε, z). Мы не будем давать строгого определения пределов интегрирования, ибо воспользоваться им на практике затруднительно.

Ниже будет дано определение пределов при некоторых упрощающих предположениях.

Так как

$$z_2 = f_1(\alpha, \varepsilon, \delta_k + d\delta) \approx f_1(\alpha, \varepsilon, \delta_k) + \left(\frac{\partial f_1}{\partial \delta}\right)_{\delta=\delta_k} d\delta,$$

то

$$\int\limits_{z_1}^{z_2} dz = \left(\frac{\partial f_1}{\partial \delta}\right)_{\delta=\delta_k} d\delta.$$

Опуская в формуле (11) значок k, что мы вправе сделать, так как никаких предположений о выборе точки δ_k не делалось, можно написать:

$$I_л(\delta) = \text{const} \int\limits_{\alpha_1}^{\alpha_2} d\alpha \int\limits_{\xi_1}^{\xi_2} \cos\varepsilon \frac{\partial f_1}{\partial \delta}\, d\varepsilon. \tag{12}$$

Из-за вычислительных трудностей при определении $I_л(\delta)$ был сделан ряд упрощающих предположений, главное из которых заключалось в представлении функции $\delta(\alpha, \varepsilon, z)$ при помощи ряда Тейлора. Справедливость всех упрощающих предположений оправдывается a posteriori: вычисленная форма линии находится в хорошем согласии с экспериментальной.

Всякую функцию от трех переменных можно с заданной степенью точности представить в виде суммы однородных полиномов возрастающих степеней, т. е. в виде:

$$f_1(\alpha, \varepsilon, \delta) = P_0(\alpha, \varepsilon, \delta) + P_1(\alpha, \varepsilon, \delta) + P_2(\alpha, \varepsilon, \delta) + \ldots + P_n(\alpha, \varepsilon, \delta), \tag{13}$$

где

$$P_0 = A^0 = \text{const},$$
$$P_1 = A_1' \alpha + A_2' \varepsilon + A_3' \delta,$$
$$P_2 = A_{20}^2 \alpha^2 + A_{02}^2 \varepsilon^2 + A_{00}^2 \delta^2 + A_{11}^2 \alpha\varepsilon + A_{10}^2 \alpha\delta + A_{01}^2 \varepsilon\delta,$$
$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$

Для того чтобы найти коэффициенты A, надо решать алгебраическую систему уравнений вида (13) для известных значений α, ε, δ и f_1. Число уравнений в системе быстро возрастает с n и для $n=2$ равняется десяти.

Поэтому в выражении для функции $f_1(\alpha, \varepsilon, \delta)$ пришлось ограничиться полиномом второй степени.

Второе предположение касалось пределов интегрирования $\alpha_1(\delta)$ и $\alpha_2(\delta)$. Именно, так как отклонение электронов от фокуса слабо зависит от α, было положено, что сечения поверхностей равного отклонения плоскостями $\alpha = \text{const}$ одни и те же, независимо от α, и поэтому

$$\alpha_1(\delta) = \alpha^1, \quad \alpha_2(\delta) = \alpha^2.$$

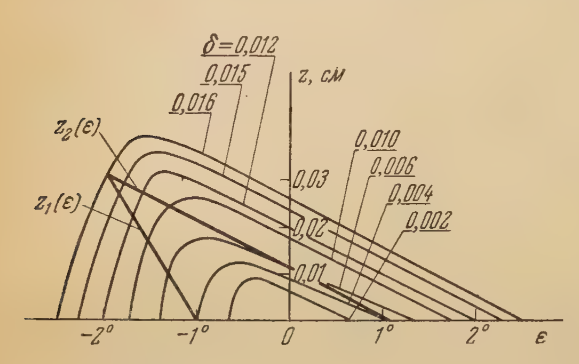


Рис. 9. Сечения поверхностей равного отклонения плоскостью $\alpha = \text{const}$. На рисунке даны абсолютные значения δ

При таком предположении функции

$$\xi_1(\alpha, \delta) \quad \text{и} \quad \xi_2(\alpha, \delta)$$

становились функциями только от δ. Эти функции были найдены графически.

Мы уже отмечали, что пределы интегрирования суть точки пересечения поверхностей равного отклонения с границами пространства (α, ε, z). Функции ξ_1 и ξ_2 следовало бы разыскать из уравнений

$$z_1(\xi_1) = f_1(\alpha, \xi_1, \delta)$$

и

$$z_2(\xi_2) = f_1(\alpha, \xi_2, \delta)$$

(функции $z_1(\varepsilon)$ и $z_2(\varepsilon)$ — границы пространства (α, ε, z)), если бы функция $f_1(\alpha, \varepsilon, \delta)$ была лучше известна.

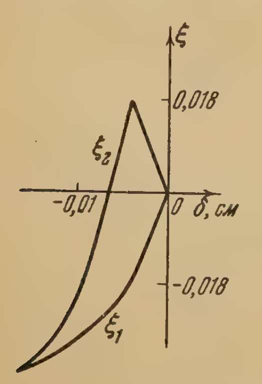


Рис. 10. Графики функций $\xi_1(\delta)$ и $\xi_2(\delta)$

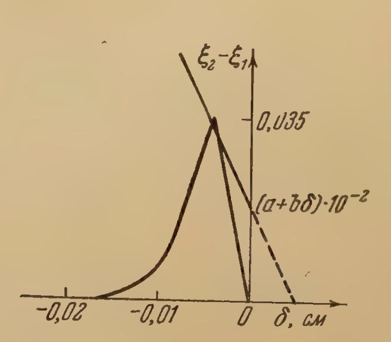


Рис. 11. График функции $\xi_2 - \xi_1$

Практически функции $\xi_1(\delta)$ и $\xi_2(\delta)$ были найдены по такому же методу. На график (рис. 9) были нанесены функции $z_1(\varepsilon)$ и $z_2(\varepsilon)$ (вернее $\varepsilon^1(z)$ и $\varepsilon^2(z)$) и ряд сечений поверхностей равного отклонения плоскостью $\alpha = \text{const}$. По точкам пересечения функций ε^1 и ε^2 и f_1 были построены графики $\xi_1(\delta)$ и $\xi_2(\delta)$ (рис. 10).

При сделанных предположениях формула (12) приняла вид:

$$I_л(\delta) = \frac{i_1}{4\pi}\int_{\alpha^1}^{\alpha^2} d\alpha \int_{\xi_1}^{\xi_2}\left(1-\frac{\varepsilon^2}{2}\right)(A_3' + 2A_{00}^2\delta + A_{10}^2\alpha + A_{01}^2\varepsilon)\,d\varepsilon =$$

$$= \text{const}\left[(a+b\delta)(\xi_2-\xi_1) + c(\xi_2^2-\xi_1^2) - \frac{1}{6}(a+b\delta)(\xi_2^3-\xi_1^3) - \right.$$

$$\left. - \frac{c}{4}(\xi_2^4-\xi_1^4)\right], \qquad (14)$$

где

$$a = A_3'(\alpha^2-\alpha^1) + \frac{A_{10}^2}{2}[(\alpha^2)^2-(\alpha^1)^2],$$

$$b = 2A_{00}^2(\alpha^2-\alpha^1),$$

$$c = \frac{A_{01}^2}{2}(\alpha^2-\alpha^1).$$

Величина разности $\xi_2 - \xi_1$ (рис. 11) позволяет отбросить член, содержащий множитель $(\xi_2^2 - \xi_1^2)$, и следующие и писать

$$I_л(\delta) = \text{const}(a+b\delta)(\xi_2-\xi_1). \qquad (15)$$

Член $(a + b\delta)$ формулы (15) по смыслу своему определяет количество всех электронов линейного источника, имеющих отклонение δ.

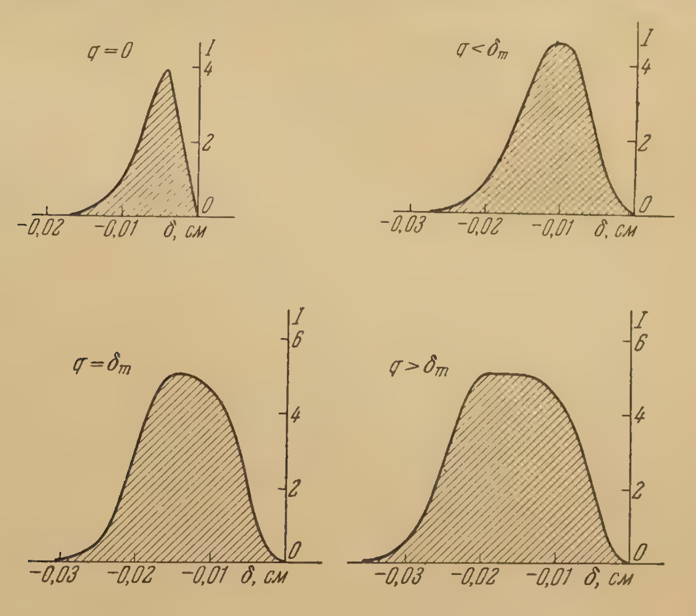


Рис. 12. Форма изображения источника для разной величины соотношения между шириной источника q и шириной изображения линейного источника δ_m. Радиус построения прибора принят равным 1 см

Известно, что в фокус попадают только те электроны, которые летят в центральной плоскости прибора. Таких электронов в рассматриваемом случае сравнительно немного, больше электронов с $\delta \neq 0$.

Но, с другой стороны, число электронов, имеющих большие отклонения, мало. Это видно хотя бы из формулы (9). Чтобы электрон имел большое отклонение, он должен вылететь под большим углом ε. Но

число электронов, вылетающих под углом ε, пропорционально $\cos\varepsilon$. Следовательно, второй член формулы (15) должен был бы иметь максимум, который находился бы вблизи точки $\delta = 0$. При сделанном же допущении относительно вида функции $f_1(\alpha, \varepsilon, \delta)$ мы имеем (см. рис. 11) только одну сторону максимума. Это означает, что наше решение пригодно только при малых δ, т. е. для прибора высокой разрешающей способности.

Что касается последнего члена формулы (15), то его смысл следующий. Только часть испускаемых источником электронов пропускается диафрагмами прибора в фокальную плоскость. Разность $\xi_2 - \xi_1$ определяет объем этой части; она определяется конструкцией прибора, которая учитывается при определении функций $\varepsilon^1(z)$ и $\varepsilon^2(z)$. Действительно, рассмотрим действие диафрагм. Пусть n-ная диафрагма находится на расстоянии a_n от источника и высота ее окна равна b_n. Легко видеть, что максимальный (вверх) угол вылета электрона из точки z

$$\varepsilon^2(z) = \operatorname{arctg} \frac{\frac{b_1}{2} - z}{a_1} \approx \frac{\frac{b_1}{2} - z}{a_1} - \frac{\left(\frac{b_1}{2} - z\right)^3}{3a_1^3} + \ldots, \tag{16}$$

а минимальный (вниз)

$$\varepsilon^1(z) = -\operatorname{arctg} \frac{\frac{b_n}{2} + z}{a_n}. \tag{17}$$

Вычисление коэффициентов A (формула (13)) позволило определить коэффициенты формулы (15). Распределение интенсивности в изображении линейного источника представлено на рис. 12 (см. кривую для $q = 0$)

Распределение интенсивности в изображении широкого источника

Если распределение интенсивности в изображении линейного источника известно, то вычисление $I(\delta)$ для широкого источника труда не составляет, ибо смещение линейного источника вдоль оси $0X$ не меняет изображения. Поэтому распределение интенсивности в изображении широкого источника можно вычислить, производя суммирование изображений таких смещенных один относительно другого линейных источников, что между первым и последним из них имеется расстояние q (ширина источника).

Формулы, дающие решение задачи, будут несколько различны при разных соотношениях ширины источника q и ширины изображения линейного источника δ_m. Обозначим через $I_л(\delta')$ распределение интенсивности в изображении линейного источника такой же длины, что и широкий источник. Легко показать, что:

а) при $q \geqslant \delta_m$

$$I(\delta) = \int_{-\delta_m}^{q+\delta} I_л(\delta')\, d\delta' \quad \text{при} \quad -\delta_m - q < \delta < -\delta_m \tag{18}$$

и

$$I(\delta) = \int_{\delta}^{0} I_л(\delta')\, d\delta' \quad \text{при} \quad -\delta_m < \delta < 0; \tag{18'}$$

б) при $q < \delta_m$ распределение интенсивности дается формулами:

$$I(\delta) = \int_{-\delta_m}^{q+\delta} I_л(\delta')\, d\delta' \quad \text{при} \quad -\delta_m - q < \delta < -\delta_m \tag{19}$$

и

$$I(\delta)=\int_{\delta}^{q+\delta} I_л(\delta')\,d\delta' \quad \text{при} \quad -\delta_m<\delta<0. \qquad (19')$$

Вычисленная по формулам (15), (18) и (19) форма изображения для случаев $q=0$, $q<\delta_m$, $q=\delta_m$, $q>\delta_m$ дана на рис. 12.

Форма спектральной линии

Формой спектральной линии называется распределение интенсивности на спектрограмме.

Выше уже отмечалось, что спектрограмма получается при прохождении изображения над приемной щелью. При данном магнитном поле H_z в счетчики попадают электроны из какой-либо части изображения, причем ширина этой части равна ширине d приемной щели. Поэтому для получения формы спектральной линии надо просуммировать интенсивность частей изображения, проходящих через щель при последовательных значениях напряженности магнитного поля. Электроны начинают попадать в счетчик при значении радиуса кривизны траектории

$$\rho_1=\rho_0+\frac{\Delta}{2},$$

где ρ_0 — радиус построения прибора, и кончают попадать в него при

$$\rho_2=\rho_0-\frac{d}{2}.$$

Поэтому ширина r спектральной линии на спектрограмме (если по оси абсцисс откладывать значения радиуса кривизны) равна

$$r=\rho_1-\rho_2=\frac{1}{2}(d+\Delta). \qquad (20)$$

Отнесенная к значению диаметра построения прибора, величина r равна разрешающей способности, определенной по половине основания линии

$$R=\frac{1}{2}\cdot\frac{r}{\rho_0}. \qquad (21)$$

Так как практически все измерения ведутся в единицах $H\rho$, то и спектральную линию следует начертить в этих единицах, вернее в единицах $\frac{H\rho}{(H\rho)_0}$ (для того чтобы иметь возможность сравнивать разные линии). Ширина основания линии в единицах $\frac{H\rho}{(H\rho)_0}$ должна равняться $2R$, а если $\rho_0=1$, то $\frac{\delta H\rho}{(H\rho)_0}=r$.

Не следует только забывать, что спектральная линия в единицах $\frac{H\rho}{(H\rho)_0}$ является перевернутой по отношению к линии в единицах $\frac{\rho}{\rho_0}$, ибо максимальное значение радиуса кривизны соответствует минимальной энергии.

Форму спектральной линии мы дадим в единицах $\frac{\rho}{\rho_0}$; перевернуть ее потом труда не составит.

Итак, пусть мы имеем в фокальной плоскости прибора изображение источника $I(\delta)$, ширина которого равна Δ и которое перемещается над приемной щелью d по направлению к источнику.

При радиусе кривизны

$$\rho=\rho_0+\alpha$$

правый край изображения будет находиться на расстоянии 2α от правого края приемной щели. Если $2\alpha < 0$, то часть изображения будет находиться над щелью, причем значение δ над правым краем щели $\delta = -2\alpha$, а над левым краем щели $\delta = -2\alpha - d$. Поэтому

$$N(\rho_0 + \alpha) = \int_{-2\alpha - d}^{-2\alpha} I(\delta)\, d\delta, \qquad (22)$$

где N — интенсивность спектральной линии.

Эта формула справедлива и для отрицательных значений α: в этом случае верхний предел интегрирования положителен, а при положительном значении δ функция $I(\delta)$ равна нулю.

На рис. 13 представлена форма спектральной линии (уже в единицах $(H\rho)_0$), вычисленная для источника, ширина которого равна ширине изображения линейного источника.

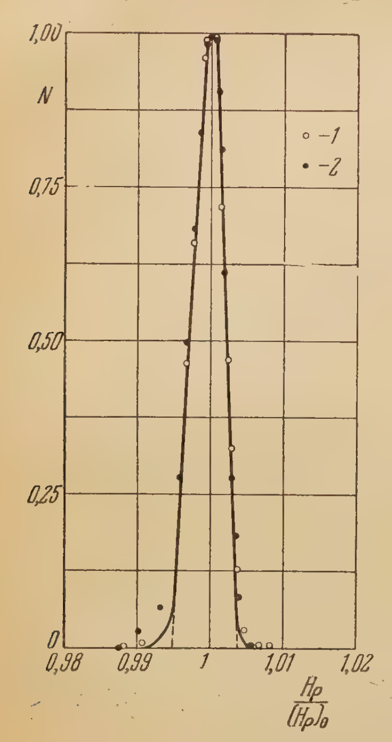


Рис. 13. Форма конверсионных линий для источника, ширина которого равна ширине изображения линейного источника ($q = \delta_m$): *1* — линии K-1120 RaC, *2* — линии K-1414 RaC

На том же рисунке нанесены экспериментальные точки, полученные при измерениях двух конверсионных линий (линии K-1414 и K-1120 RaC). Измерения производились при помощи прибора, радиус построения которого равнялся 8 см. При измерениях использовался источник в виде активного осадка Rn на алюминиевой полоске шириной 0,8 мм и высотой $2l = 1{,}5$ см. Ширина приемной щели равнялась 0,8 мм.

Рис. 13 показывает хорошее совпадение вычисленной формы линии с экспериментальной. «Хвосты» экспериментальных кривых при малых $H\rho$ могут быть объяснены рассеянием электронов в приборе и неточностью юстировки.

Если вычисленная форма линии совпадает с экспериментальной для тонких источников, то для источников с большой поверхностной плотностью такого совпадения не получается. Для толстого источника экспериментальная линия получается с более пологим подъемом, т. е. обогащенная медленными электронами. Таким образом, форма спектральной линии довольно сильно зависит от монохроматичности источника.

Как уже отмечалось, вычисления формы спектральной линии для немонохроматического источника не производилось.

Физический институт
Ленинградского гос. университета
им. А. А. Жданова

Получена редакцией
11. III. 1954 г.

Цитированная литература

1. Корсунский М., Кельман В., Петров Б., ЖЭТФ, 14, 394 (1944).
2. Джелепов Б. С. и Башилов А. А., Изв. АН СССР, Серия физич., 14, 263 (1950).
3. Павинский П. П., Изв. АН СССР, Серия физич., 18, 2, 175 (1954).
4. Крылов А. Н., Лекции о приближенных вычислениях, Собрание трудов, т. III, ч. 2. — Изд. АН СССР, М.—Л., 1949.

ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК СССР

Т. XVIII, № 2 СЕРИЯ ФИЗИЧЕСКАЯ 1954

В. М. КЕЛЬМАН, Д. Л. КАМИНСКИЙ и В. А. РОМАНОВ

БОЛЬШОЙ ПРИЗМЕННЫЙ β-СПЕКТРОМЕТР С ДВУМЯ МАГНИТНЫМИ ЛИНЗАМИ*

После того как нами были получены на модели β-спектрометра с отклоняющим плоским магнитным полем и двумя магнитными линзами ** линии спектра конверсионных электронов с полушириной до 0,14 % [1], мы решили построить более совершенный прибор с целью получения бо́льших разрешений и увеличения светосилы. Такой прибор мы построили

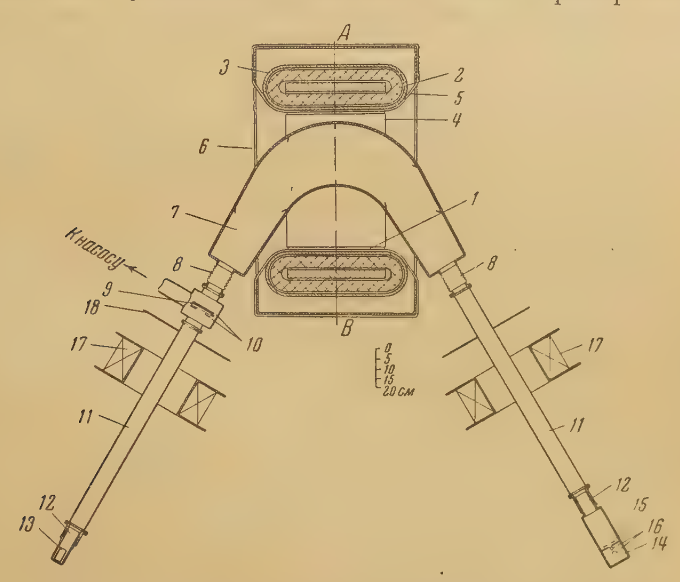


Рис. 1. Общий вид призменного β-спектрометра: *1* — пластина ярма магнита, *2* — основная обмотка, *3* — вспомогательная обмотка, расположенная поверх основной обмотки, *4* — вспомогательная обмотка на пластине, *5* — обмотка для размагничивания, *6* — экран, *7* — камера спектрометра, *8* — сильфоны, *9* — диафрагма, *10* — щели для регулировки поперечных размеров пучка, *11* — труба, *12* — шлиф, *13* — источник, *14* — камера счетчиков, *15* — щель приемника, *16* — счетчики, *17* — магнитная линза, *18* — экранный диск

и испытали. По конструкции он в принципе не отличается от модели β-спектрометра, описанной в работе [1], но превышает ее по размерам и более тщательно изготовлен. Схема этого спектрометра дана на рис. 1. Ярмо отклоняющего магнита изготовлено из армко-железа. Размеры пластин (*1*) ярма магнита — 100 × 50 × 6 см, величина зазора между пластинами — 12 см. Катушки (*2*), создающие отклоняющее поле (основ-

* Доложено на Совещании в АН СССР 17 февраля 1953 г.

** Такие β-спектрометры, ввиду их аналогии с оптическими призменными спектрометрами, мы будем называть призменными β-спектрометрами.

ная обмотка), содержат по 2400 витков. Экран (*6*) собран из железных (сталь «3») листов толщиной 12 мм. Внешние размеры коробки экрана — 136 × 82 × 64 см. Размеры окон в экране — 100 × 12 см. Магнитные линзы (*17*) состоят из 6000 витков каждая; внешний радиус обмотки линз 29 см, внутренний — 16 см, ширина — 20 см. Трубы спектрометра (*11*) присоединены к камере (*7*) посредством сильфонов (*8*), что позволяет легко изменять углы падения и выхода электронов из отклоняющего магнита. Источник (*13*) приклеивается к двум тонким параллельным нитям, укрепленным в камере источника. Между камерой источника и трубой спектрометра помещен вакуумный металлический кран больших размеров (не указанный на рисунке), позволяющий при смене источника отделять камеру источника от остальной вакуумной системы спектрометра. При работе спектрометра кран открыт и электроны проходят через отверстия в его пробке.

Регистрация электронов производится двумя самогасящими счетчиками (*16*), включенными по схеме совпадения. Щели в цилиндрах счетчиков, предназначенные для впуска электронов, расположены параллельно нитям счетчиков. Счетчики помещены в отдельную камеру (*14*), наполненную смесью аргона с парами спирта. Электроны попадают в камеру счетчиков через окошко, заклеенное тонким слюдяным листочком. Перед этим окошком помещена щель (*15*), ширину которой можно изменять во время работы прибора при помощи особого механизма. Камеры источника и счетчиков соединены с трубами спектрометра при помощи шлифов (*12*) и могут поворачиваться вокруг осей труб.

Ширина пучка электронов регулируется специальным приспособлением, помещенным перед камерой спектрометра. Оно состоит из диафрагмы (*9*) с круглым отверстием (ф7 см) и двух взаимно-перпендикулярных щелей (*10*), расположенных по обе стороны от диафрагмы. Ширина щелей может изменяться во время работы спектрометра. Одна из щелей определяет горизонтальные размеры пучка, другая — вертикальные. При полностью открытых щелях размеры пучка определяются диафрагмой (*9*).

Все щели и ограничивающие диафрагмы спектрометра сделаны из алюминия, остальные немагнитные детали — из меди или латуни. Внутренность камеры спектрометра выстлана тонким листовым алюминием. В вакуумной части спектрометра поддерживалось давление 10^{-5} мм рт. ст.

Источник (*13*) и щель приемного устройства (*15*) находятся на расстоянии 104 см от середин соответствующих линз. Токи в линзах устанавливались такой величины, чтобы электроннооптическое изображение источника находилось в плоскости приемной щели. Ось каждой трубы спектрометра составляла с перпендикуляром к краю полюсов угол 58°. Расчетный радиус кривизны электронных траекторий в однородной части отклоняющего магнитного поля был равен 36,3 см. В соответствии с этим устанавливалась величина напряженности магнитного поля в зазоре отклоняющего магнита. При указанных условиях выходящий из источника пучок электронов, сделавшись параллельным (при точечном источнике) после прохождения первой (коллиматорной) магнитной линзы (*17*), благодаря фокусировке на краю отклоняющего магнита, рассмотренной Я. Л. Хургиным [2], образовывал линейный фокус, совпадающий с линией симметрии магнита *AB*. Кроме того, все электроны пересекали линию *AB* перпендикулярно к последней. В результате пучок, который при этих условиях должен быть симметричным относительно линии *AB*, выходил из отклоняющего магнита параллельным (с точностью до аберраций) и фокусировался второй (фокусирующей) линзой (*17*) в плоскости щели приемного устройства. Как и в модели β-спектрометра, описанной в [1], повороты изображения в магнитных линзах компенсировались соответствующими поворотами источника и щели приемного устройства.

Кроме основных обмоток, применялись еще вспомогательные обмот-

и 3 и 4, размещенные так же, как и в модели β-спектрометра, описанной [1], поверх основных обмоток — 3 и на пластинах — 4. Поверх основных бмоток было намотано по 275 витков на каждой; обмотка на пластинах ыла намотана с равномерной плотностью (около 12 витков на 1 см ины пластины). На каждой пластине было намотано по 800 витков.

Мы отмечали в [1], что применение вспомогательных обмоток, увеливая проницаемость железа, приводит к уменьшению неоднородности оля в зазоре магнита, обусловленной магнитным сопротивлением железа. альнейшие исследования показали, что при наличии значительного гнитного сопротивления в железе экрана не следует стремиться к максиальному уменьшению магнитного сопротивления пластин. Это объясняется оеобразным распределением поля в местах расположения окон экрана: то время как магнитное сопротивление пластин приводит к уменьшению апряженности магнитного поля в зазоре с удалением от основных обмок, напряженность поля в окнах экрана, наоборот, увеличивается при еремещении от краев окна к середине. В этом можно убедиться, рассмоев распределение магнитного потока в экране. Поэтому при некотором ачении проницаемости железа пластин влияние изменения напряженсти поля в зазоре на величину отклонения электронов будет компенсиоваться влиянием изменения напряженности поля в окнах экрана. ок в вспомогательных обмотках следует подбирать таким образом, чтобы а компенсация была по возможности достигнута.

Рассмотрим формулу:

$$\sin\beta_m - \sin\alpha_m = \frac{e}{mcv}\int_{-\infty}^{+\infty} H(y)\,dy, \tag{1}$$

оторая легко получается из формулы (6) работы [1]. Здесь α_m и β_m — глы, образованные траекторией электрона с осью Y до и после прождения им отклоняющего магнитного поля, в случае траектории, ликом лежащей в средней плоскости; $H(y)$ — напряженность магнитго поля, которая предполагается зависящей только от координаты y. сли напряженность магнитного поля зависит также от координаты x, приведенную формулу можно переписать следующим образом:

$$\sin\beta_m - \sin\alpha_m = \frac{e}{mcv}\int_{-\infty}^{+\infty} H(l)\cos\vartheta\,dl, \tag{2}$$

е ϑ — угол между элементом траектории dl и осью Y. $H(l)$ предстаяет собой распределение магнитного поля вдоль траектории электрона. азличие в углах β_m для разных траекторий с одинаковыми α_m, смещених друг относительно друга в направлении оси X, связанное с зависмостью напряженности магнитного поля от координаты x, приводит отклонению траекторий от параллельности в прошедшем магнитное ле пучке. При этом угол между какими-либо двумя траекториями ределяется из соотношения

$$\Delta\sin\beta_m = \cos\beta_m\Delta\beta_m = \frac{e}{mcv}\Delta\int_{-\infty}^{+\infty} H(l)\cos\vartheta\,dl, \tag{3}$$

е Δ означает, что необходимо взять разность величин $\sin\beta_m$ или оящего справа интеграла, соответствующих рассматриваемым двум аекториям.

Из сказанного выше следует, что, для того чтобы определить разброс правлений движения электронов, прошедших отклоняющее магнитное ле, связанный с зависимостью H от x, необходимо знать величину $\int H(l)\cos\vartheta\,dl$. Для нахождения этой величины экспериментальным тем применялся метод, изложенный в работе (3), с той только разни-

цей, что в нашем случае применялась измерительная катушка (*1*) дуго-образной формы (рис. 2), форма обмотки которой (*2*) с внешней и внутрен-ней стороны совпадала с формой траектории электронов. При такой форм катушки пронизывающий ее магнитный поток равен

$$\Phi = a \int_{-l_0}^{+l_0} H(l) \cos \vartheta \, dl, \qquad (4$$

где a — ширина катушки, измеренная в направлении оси X. Предпола-гается, что ширина катушки a столь невелика, что можно пренебреч изменением напряженности поля в направлении оси X в области, огра-ниченной обмоткой катушки. Так как напряженность магнитного пол при перемещении в направ-лении X меняется незначи-тельно и в связи с этим мал меняется форма траектори то мы можем считать, чт стоящий здесь интеграл, в ко-тором функции $H(l)$ и $\vartheta($ соответствуют какой-либо од-ной выбранной траектори с достаточной степенью точ-ности совпадает по величин с интегралом, стоящим справ в выражении (2), во всей ин-тересующей нас области маг-нитного поля. Конечно, пр этом необходимо, чтобы кон-цы катушки были достаточн удалены от отклоняющег магнита. При этих условия изменение магнитного поток через катушку $\Delta\Phi$, обусло-вленное перемещением катуш-ки из одного положения другое вдоль оси X, опреде-ляет величину $\Delta \int H(l) \cos \vartheta \, d$ стоящую справа в (3).

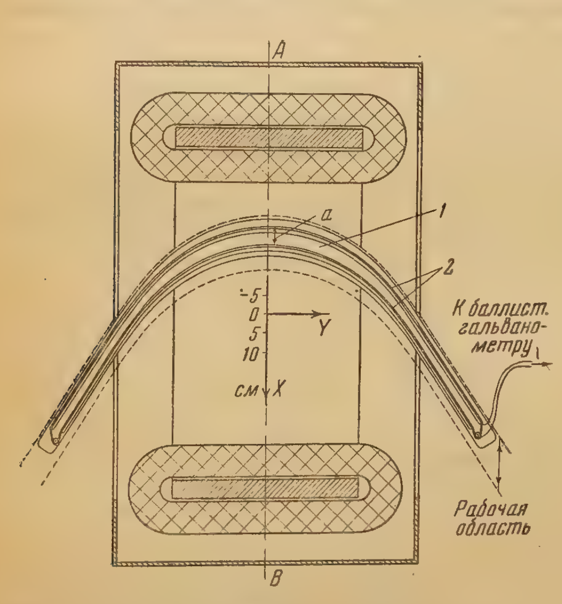


Рис. 2. Схема расположения измерительной ка-тушки в поле отклоняющего электроны магнита: *1* — дугообразная измерительная катушка, *2* — обмотка катушки

Необходимо отметить, что катушка, с которой мы производили изме-рения, имела довольно большую ширину ($a = 5$ см). Однако, так ка нас интересовали (как будет показано ниже) только такие распределени поля, при которых поток через катушку изменялся почти что линей с координатой x, величина потока через катушку, деленная на вели-чину a, очень мало отличалась от величины $\int H(l) \cos \vartheta \, dl$, где $H(l)$ - распределение магнитного поля вдоль линии, равно удаленной от обеи дугообразных сторон обмотки катушки.

В соответствии со сказанным выше имеем:

$$\Delta\beta_m = \frac{\sin\beta_m - \sin\alpha_m}{\cos\beta_m} \cdot \frac{\Delta \int_{-\infty}^{+\infty} H(l) \cos \vartheta \, dl}{\int_{-\infty}^{+\infty} H(l) \cos \vartheta \, dl} = \frac{\sin\beta_m - \sin\alpha_m}{\cos\beta_m} \cdot \frac{\Delta\Phi}{\Phi},$$

или, так как в нашем случае $\alpha_m = -\beta_m$,

$$\Delta\beta_m = 2 \operatorname{tg} \beta_m \frac{\Delta\Phi}{\Phi}. \qquad ($$

Таким образом, при данной геометрии прибора отношение $\Delta\Phi/\Phi$ олностью характеризует разброс направлений в отклоненном, перво-ачально параллельном пучке. $\Delta\Phi$ измерялось при помощи соответствую-им образом проградуированного баллистического гальванометра, подклю-енного к концам обмотки дугообразной катушки. Ввиду небольшой еличины $\Delta\Phi$ величина потока, пронизывающего катушку, Φ с доста-очной точностью могла быть вычислена из известного (предварительно змеренного) распределения поля $H = H(y)$ в предположении, что это аспределение сохраняется во всей рабочей области поля.

Таким образом, измерения, произведенные при помощи дугообразной атушки, давали возможность подобрать рабочие значения токов во вспо-

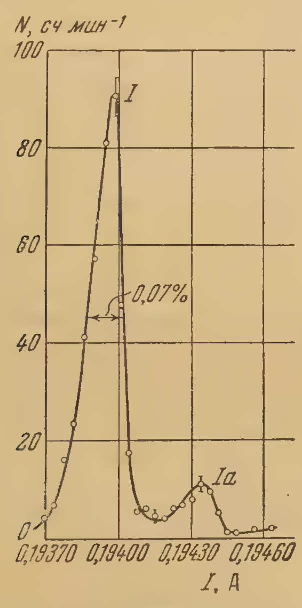


Рис. 3. Линии I и I_a активного осадка тория

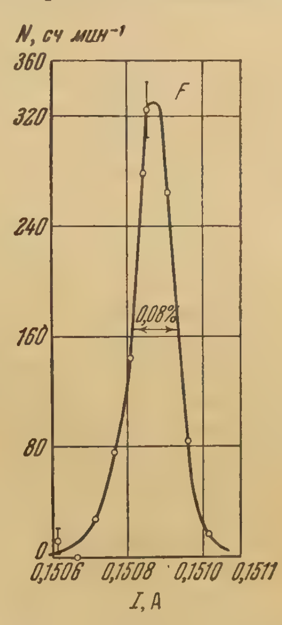


Рис. 4. Линия F активного осадка тория, снятая при работе с одной линзой

огательных обмотках. При этом для работы пригодно не только такое аспределение поля, при котором величина $\Delta\Phi/\Phi$ во всей рабочей бласти близка к нулю, но и такое, при котором, хотя эта величина достигает некоторых небольших значений, магнитный поток через угообразную катушку изменяется линейно с координатой x. Действи-ельно, в этом случае величина $\Delta\Phi/\Phi$ будет пропорциональна величине еремещения измерительной катушки, и, следовательно, как это видно з (5), величина $\Delta\beta_m$ для всех траекторий будет пропорциональна к расстоянию от какой-либо одной выбранной траектории. Поэтому при алых значениях $\Delta\beta_m$ пучок остается гомоцентричным и фокусирующая инза в состоянии его сфокусировать. Размытие линии обусловлено не только самой величиной $\Delta\Phi/\Phi$, сколько отклонением функции $\Phi(x)$ от инейности (или, что то же самое, отклонением от линейности величины $\Phi/\Phi_0 = f(x)$, измеренной при фиксированном начальном положении змерительной катушки, где Φ_0 — поток через измерительную катушку начальном положении), вследствие чего мы стремились подобрать такие начения токов во вспомогательных обмотках, чтобы это отклонение ыло по возможности мало. В результате довольно большого числа изме-ений мы нашли, что оптимальное распределение поля для нашего маг-ита получается при силе тока в дополнительных обмотках: в размещен-

ной поверх основных обмоток обмотке (*3* на рис. 1) силе тока 0,097 А и в обмотке на пластинах (*4* на рис. 3) — 0,036 А. При этих значениях токов в дополнительных обмотках и при токе 0,16 А в основной обмотке величина $\Delta\Phi / \Phi_0$, соответствующая разности потоков через дугообразную катушку, измеренных на концах рабочей области поля (шириной в 15 см), равнялась 0,0013, а отклонение кривой распределения $\Delta\Phi / \Phi_0 = f(x)$ от прямой, проведенной через точки, соответствующие значениям этой величины на границах рабочей области, не превышало 0,0001. При увеличении силы тока в основной обмотке эти цифры непрерывно возрастали и при токе в 1 А величина $\Delta\Phi / \Phi_0$ становилась равной 0,0032, а отклонение от линейности составляло 0,0003. Эти данные говорят о том, что β-спектрометр может работать в довольно широком диапазоне энергий исследуемых электронов без необходимости изменения значений силы тока во вспомогательных обмотках.

Для того чтобы получать повторимые результаты измерений распределения поля, необходимо перед измерениями производить тщательное размагничивание ярма магнита и экрана. Для этой цели нами предусмотрена обмотка (*5* на рис. 1), через которую пропускался переменный ток с частотой около 1 Hz и с постепенно убывающей амплитудой, возбуждающий в ярме и экране замкнутые переменные магнитные потоки.

На рис. 3 представлены линии конверсионного спектра ThB I и I_a (значения $H\rho = 1751$ и 1754 Ое·см по Эллису), снятые на описанном β-спектрометре. По оси абсцисс графика отложены значения тока в основной обмотке, по оси ординат — интенсивность счета β-частиц. Сила тока в коллиматорной линзе была равна 0,398 А, в фокусирующей — 0,376 А. Источник представлял собой активированную полоску алюминиевой фольги толщиной 8 μ, шириной 1 мм и высотой 10 мм. Ширина щели регистрирующего устройства устанавливалась равной 1,8 мм, высота ее была равна 20 мм. Ограничивающие пучок щели (*10* на рис. 1) были полностью раскрыты и пучок ограничивался только диафрагмой (*9*). Как видно из рис. 3, полуширина полученных линий составляет 0,07 %. Линии I и I_a полностью разделились.

На рис. 4 изображена F-линия ThB, снятая при работе с одной магнитной линзой (фокусирующая линза выключалась). При ширине приемной щели в 1,5 мм и тех же размерах источника и ограничивающей диафрагмы полуширина линии получилась равной 0,08 %. Сила тока в линзе при этом составляла 0,391 А.

Физико-технический институт
Академии наук СССР

Получена редакцией
11. III. 1954 г.

Цитированная литература

1. Кельман В. М., Каминский Д. Л. и Романов В. А., Изв. АН СССР, Серия физич., 18, *1*, 148 (1954).
2. Хургин Я. Л., ЖЭТФ, 9, 824 (1939).
3. Kurie F., Osoba J. a. Slack L., Rev. Sci. Instr., 19, 771 (1948).

ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК СССР

. XVIII, № 2 СЕРИЯ ФИЗИЧЕСКАЯ 1954

А. В. ЗОЛОТАВИН и В. С. САДКОВСКИЙ

РАСЧЕТ ЭЛЕКТРОННООПТИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ β-СПЕКТРОМЕТРА С ДВОЙНОЙ ФОКУСИРОВКОЙ ЭЛЕКТРОННОГО ПУЧКА*

1. Выбор формы поля

Идея двойной фокусировки заряженных частиц в неоднородном магнит-ом поле аксиальной симметрии была, повидимому, подсказана анализом словий стабильности электронных траекторий в бетатроне [1, 2] и практи-еским осуществлением последнего. Как известно, для обеспечения устой-ивого движения электрона по равновесной орбите в бетатроне исполь-уется поле вида:

$$H \sim \frac{1}{r^n},$$

де $0 < n < 1$. Неравенство $n > 0$ дает аксиальную фокусировку (бочко-бразное поле), а неравенство $n < 1$ — радиальную. Электроны, вылетаю-ие под малыми углами к касательной к равновесной орбите, совершают олебания около этой орбиты с радиальной частотой $\omega_r = \omega_0 \sqrt{1-n}$ аксиальной $\omega_z = \omega_0 \sqrt{n}$. При этом соответствующие углы фокусировки вязаны соотношением:

$$\frac{1}{\Phi_r^2} + \frac{1}{\Phi_z^2} = \frac{1}{\pi^2}. \tag{1}$$

В поле $H \sim \frac{1}{\sqrt{r}} \left(n = \frac{1}{2}\right)$ углы фокусировки будут равны:

$$\Phi_r = \Phi_z \doteq \pi \sqrt{2}.$$

В первом β-спектрометре с двойной фокусировкой пучка на угол $\pi\sqrt{2}$, остроенном Зигбаном и Свартхольмом [3—5], было применено именно акое поле. В средней плоскости оно может быть представлено рядом:

$$H = H_0 \left[1 - \frac{1}{2}\left(\frac{r-r_0}{r_0}\right) + \frac{3}{8}\left(\frac{r-r_0}{r_0}\right)^2 - \ldots\right], \tag{2}$$

де H_0 — поле на равновесной орбите ($r = r_0$, $z = 0$). Однако в этом поле очная двойная фокусировка осуществляется только для узких параксиаль-ых пучков.

В дальнейшем было показано [6, 7], что коэффициент у третьего члена разложении поля, обозначаемый обычно β, может в некоторых преде-ах изменяться; при этом двойная фокусировка сохраняется, но форма зображения для различных β будет различна [8]. Так, например, при $= \frac{1}{8}$ получается изображение источника минимальной ширины.

Ряд авторов обобщил приближенную теорию двойной фокусировки случай неоднородных полей секторного типа [9—12] и фокусировки любой угол [13].

* Доложено на Совещании в АН СССР 19 февраля 1953 г.

Построенные до настоящего времени β-спектрометры [14—17] и масс-спектрометры [18—20] двойной фокусировки исходят из этой достаточно хорошо и подробно разработанной приближенной теории*. Причем следует отметить, что их основные характеристики (доля используемого телесного угла при данной относительной полуширине линии) близки к характеристикам «кэтрона», хорошо известного β-спектрометра с улучшенной фокусировкой, созданного несколько ранее советскими учеными [21, 22]. Между тем, очевидно, что β-спектрометры с двойной фокусировкой по идее должны обладать лучшими качествами по сравнению с другими известными поперечными спектрометрами, особенно при работе с малой относительной полушириной линии (высокое разрешение), так как здесь будет сказываться квадратичная зависимость ширины изображения от используемого телесного угла. Для использования этих преимуществ, очевидно, необходимо иметь точную теорию приборов с двойной фокусировкой на угол $\pi\sqrt{2}$. Аналитическое выражение формы поля для точной фокусировки плоских пучков любой расходимости в полях аксиальной симметрии (фокусировка на любой угол) было дано П. П. Павинским [23]. Поле, найденное в этой работе, для фокусировки на угол $\pi\sqrt{2}$ в плоскости симметрии определяется формулой $\left(\rho = \frac{r}{r_0}\right)$

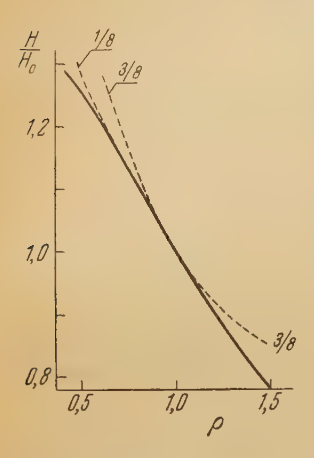


Рис. 1. Сплошная кривая — форма поля П. П. Павинского для фокусировки плоского пучка на угол $\pi\sqrt{2}$ (в средней плоскости), пунктирные кривые — поля, отвечающие формуле (2) с коэффициентом у третьего члена ряда, равным $^3/_8$ и $^1/_8$

$$H = H_0 \frac{1}{\rho}\left[1 + \frac{1}{2}(\rho - 1) - \frac{3}{8}(\rho - 1)^2 + \right.$$
$$\left. + \frac{1}{8}(\rho - 1)^3 - \frac{15}{256}(\rho - 1)^4 - \frac{3}{512}(\rho - 1)^5 + \cdots\right], \quad (3)$$

получающейся обращением ряда (68) и подстановкой его в (62) (см. [23]), где $\mathscr{H} = \frac{H}{H_0}$. На рис. 1 это поле изображено графически. Ближе всего к нему подходит поле, определяемое в приближенной теории коэффициентом $\beta = {}^1/_8$. В 1950 г. аналогичная задача была независимо решена Верстером [24].

Теория точной фокусировки в магнитном поле объемных пучков пока что отсутствует, и создание ее является, повидимому, весьма трудной задачей. Поэтому, приступая к постройке прибора, мы выбрали поле (3) как обеспечивающее точную фокусировку плоского пучка любой расходимости на угол $\pi\sqrt{2}$. Одновременно, в соответствии с соотношением (1) должна иметь место и аксиальная фокусировка электронов, вылетающих

---

* В журналах, вышедших в 1953 г., появилось несколько новых сообщений о постройке β-спектрометров с двойной фокусировкой пучка: A. Moussa, Physica 28, 1120 (1952), K. Siegbahn, Physica, 18, 1043 (1952); M. W. Johns, H. Waterman, D. MacAskill a. C. D. Cox, Canadian Journal of Physics, 31, 22 (1953); Torsten Lindqvist, Arkiv f. Fys., 6, 123 (1953); P. H. Stoker, M. Heerschap a. O. Ping Hok, Physica, 19, 433 (1953), и другие.

В последней из приведенных работ сообщаются характеристики использованного для исследования электронного спектра U ($X_1 + X_2$) β-спектрометра с двойной фокусировкой пучка ($r_0 = 16{,}2$ см, $R = 1{,}5$ % при ширине источника и окна счетчика 9 см), которые позволяют предположить, что расчет прибора производился на основе более точной теории. В остальных приборах, в том числе в строящемся указанными авторами β-спектрометре с катушками без железа, попрежнему используется приближенная теория. (Примечание авторов, сделанное при подготовке доклада к печати.)

под малыми углами к средней плоскости. Такой выбор поля (точная фокусировка в первую очередь плоского пучка) оправдал себя в случае «кэтрона».

Параллельно с постройкой прибора для выяснения фокусирующих свойств поля (3) мы предприняли подробные вычисления траекторий движения электронов в этом поле. На основе проведенных расчетов были определены характер движения электронов, форма изображения источника, форма приемной щели, распределение интенсивности в изображении и форма линии, относительная полуширина линии и используемый телесный угол, форма диафрагм и другие электроннооптические параметры прибора. Было выяснено, что в существующих спектрометрах с двойной фокусировкой пучка, в которых определение электроннооптических параметров произведено по приближенным формулам, возможности метода использованы не полностью.

Ниже мы кратко сообщаем результаты проделанной работы.

2. Метод вычисления траекторий

Для вычисления траекторий необходимо знать поле в пространстве, где проходит пучок. Поле в пространстве определялось нами при помощи уравнений Максвелла. Для аксиальносимметричного поля, обладающего плоскостью зеркальной симметрии $z = 0$, в цилиндрических координатах ρ, ϑ, z получаются выражения:

$$H_\rho(\rho, z) = H'(\rho, 0)\, z \tag{4}$$

и

$$H_z(\rho, z) = H(\rho, 0) - \frac{1}{2}\left[\frac{1}{\rho} H'(\rho, 0) + H''(\rho, 0)\right] z^2 = H(\rho, 0) + P(\rho, 0)\, z^2. \tag{5}$$

Члены с кубической степенью z и выше отброшены в силу их малости. Так как $H'(\rho, 0) < 0$, то $P(\rho, 0) > 0$ и $H_z(\rho, z)$ растет по мере удаления от плоскости симметрии. Поэтому радиальная фокусировка для слишком больших начальных углов вылета φ_z будет ухудшаться, и их брать не следует (см. параграф 4). Составляющая $H_\rho(\rho, z)$ также растет с z, а при переходе через среднюю плоскость меняет знак. Это обусловливает наличие вертикальной фокусировки. Уравнения движения для нашего случая принимают вид:

$$\left.\begin{aligned} \frac{d\dot\rho}{dt} - \rho\dot\vartheta^2 &= \rho\dot\vartheta H_z(\rho, z), \\ \frac{d}{dt}(\rho^2\dot\vartheta) &= \rho\,[\dot z H_\rho(\rho, z) - \dot\rho H_z(\rho, z)], \\ \frac{d\dot z}{dt} &= -\rho\dot\vartheta H_\rho(\rho, z). \end{aligned}\right\} \tag{6}$$

Величина поля выражается через его значение на равновесной орбите $H(1, 0)$. Уравнения (6) дают интеграл движения:

$$\dot\rho^2 + (\rho\dot\vartheta)^2 + \dot z^2 = \text{const}. \tag{7}$$

Этот интеграл движения выражает хорошо известный физический факт постоянства скорости движения заряженной частицы в магнитном поле.

Нахождение траекторий производилось нами путем численного интегрирования уравнений движения по методу Адамса — Штермера [25].

Для этого система уравнений (6) преобразуется от производных по времени к производным по длине дуги траектории s и вводятся

вспомогательные переменные:

$$u = \frac{d\rho}{ds}, \quad v = \frac{d\vartheta}{ds} \quad \text{и} \quad w = \frac{dz}{ds},$$

имеющие смысл изменения ρ, ϑ, z относительно длины дуги. Принимая во внимание (4) и (5), получается система шести уравнений первого порядка:

$$\left.\begin{aligned} u &= \frac{d\rho}{ds}, \quad \frac{du}{ds} = \rho v\,[v + H(\rho, 0) + P(\rho, 0)\,z^2], \\ v &= \frac{d\vartheta}{ds}, \quad \frac{dv}{ds} = \frac{1}{\rho}\,\{wH'(\rho, 0)\,z - u\,[2v + H(\rho, 0) + P(\rho, 0)\,z^2]\}, \\ w &= \frac{dz}{ds}, \quad \frac{dw}{ds} = -\rho v H'(\rho, 0)\,z. \end{aligned}\right\} \qquad (8)$$

Задание начальных значений $\rho_{\text{нач}}, \vartheta_0$ и z_0 и начальных углов вылета электрона φ_r и φ_z определяет начальные значения вспомогательных переменных:

$$u_0 = \left(\frac{d\rho}{ds}\right)_{s=0} = \sin\varphi_r \cdot \cos\varphi_z,$$

$$v_0 = \left(\frac{d\vartheta}{ds}\right)_{s=0} = -\frac{1}{\rho_{\text{нач}}}\cos\varphi_r \cdot \cos\varphi_z,$$

$$w_0 = \left(\frac{dz}{ds}\right)_{s=0} = \sin\varphi_z;$$

φ_r и φ_z берутся относительно касательной к окружности радиуса $\rho_{\text{нач}}$ в точке вылета.

При вычислении радиус равновесной орбиты ρ_0 принимался равным 1,0000. Расчет производился до четвертого знака после запятой. Эта точность определяется точностью знания $H(\rho, 0)$, $H'(\rho, 0)$ и $P(\rho, 0)$, даваемой рядом (3).

В процессе расчета каждой траектории правильность его контролировалась проверкой выполнения интеграла движения (7). Всего было сосчитано около 100 траекторий для различных начальных данных. Источник брался полувысотой $z = 0{,}1\,\rho_0$. Начальные углы заключались в пределах $|\varphi_r| \leqslant 20°$ и $|\varphi_z| \leqslant 3°$. Погрешность вычислений радиальной координаты изображения была равна 5 единицам, а аксиальной — 10 — 20 единицам четвертого знака. Часть траекторий была сосчитана с полем, известным до третьего знака, что привело к понижению точности вычисления на порядок.

3. Общий характер движения электронов

В первом приближении отклонение электронов от равновесной орбиты имеет синусоидальный характер с периодом $2\pi\sqrt{2}$. Точно этому правилу следуют электроны, вылетающие из точки $\rho_{\text{нач}} = 1$, $z_0 = 0$ под углом $\varphi_z = 0$ и любыми φ_r, как это и должно быть. При $z_0 \neq 0$ или $\varphi_z \neq 0$ период колебаний начинает зависеть от значения φ_r, причем для $\varphi_r > 0$ (внешние траектории) этот период уменьшается с увеличением φ_r, а для $\varphi_r < 0$ (внутренние траектории) — увеличивается с увеличением $|\varphi_r|$. Для аксиальных колебаний это особенно наглядно видно из рис. 2, *а*, на котором представлены проекции на круговой цилиндр траекторий электронов, отличающихся начальными значениями φ_r. Такой же характер имеют и радиальные колебания.

На рис. 2, *б* даны проекции на круговой цилиндр траекторий электронов, отличающихся начальными значениями φ_z и z_0. Из рисунка видно, что полупериод аксиальных колебаний меньше $\pi\sqrt{2}$, а изображение об-

ратное. Интересно, что проекции траекторий с одинаковым φ_z (рис. 2, *а*) пересекаются в одной точке независимо от значения z_0, и эти точки пересечения для различных φ_z имеют одинаковую угловую координату ϑ. Однако она весьма различна для разных φ_r, и использовать последнее обстоятельство на практике (диафрагмирование пучка) не удается.

Для исследования характера поведения следов траекторий в фокальной плоскости $\vartheta = \pi\sqrt{2}$ мы составляли графики радиальных и аксиальных отклонений от координат, соответствующих точной двойной фокусировке (увеличение равно 1) в фокальной плоскости, как функции одной из трех переменных (φ_r, φ_z, z_0). Например, $\Delta\rho = \rho - \rho_0$* как функция φ_r для различных z_0 и φ_z, и т. д. Рассмотрение этих зависимостей приводит к следующим выводам:

1) дефокусировка в радиальном направлении ($|\Delta\rho|$): а) несимметрична (больше для внутренних траекторий, меньше для внешних), б) мало зависит от φ_r при $|\varphi_z| < 3°$, в) сильно зависит от z_0, г) сильно зависит от φ_z для $|\varphi_z| \geqslant 3°$;

2) отклонение в аксиальном направлении ($|\Delta z|$) почти линейно растет с φ_z и z_0 и более сложно зависит от φ_r.

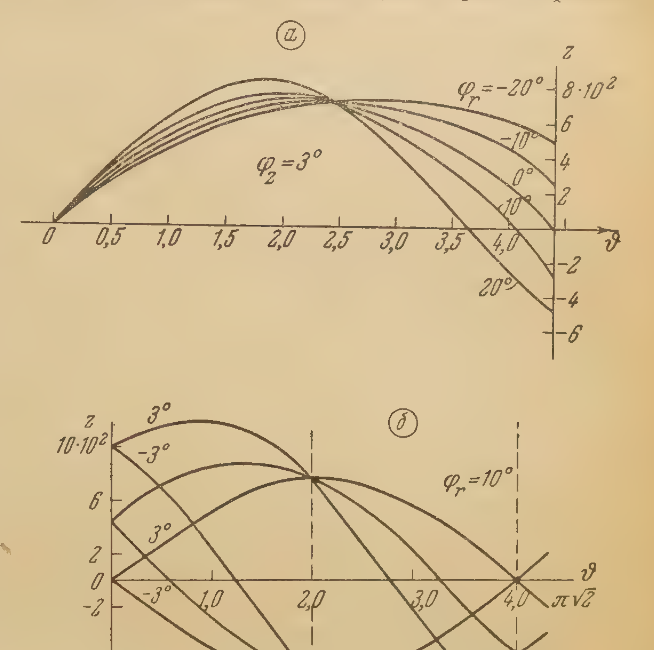


Рис. 2. Проекция траекторий на круговой цилиндр $\rho = 1$: *а* — с различными начальными значениями φ_r, *б* — с различными начальными значениями φ_z

Отклонения траекторий $\Delta\rho$ и Δz в фокальной плоскости, вычисленные по приближенным формулам [6, 7] для больших начальных углов вылета электронов $(\varphi_r) = 20°$ и $|\varphi_z| = 3°$, отличаются от вычисленных нами в полтора-два раза.

4. Изображение источника

Точечный источник

На рис. 3 дано изображение в фокальной плоскости точечного источника, помещенного в точке $z_0 = 0$, $\rho_{\text{нач}} = 1{,}0000$, даваемое электронами с начальными углами вылета $|\varphi_r| \leqslant 20°$ и $|\varphi_z| \leqslant 3°$.

Изображение состоит из двух частей: изображения, даваемого внеш-

* Здесь ρ — радиальная координата следа траектории в фокальной плоскости. Для линейного источника, расположенного на равновесной орбите ρ_0 и перпендикулярно к ней, в нашем поле всегда $\rho - \rho_0 \leqslant 0$ (так как плоский пучок электронов, летящих в средней плоскости, фокусируется в точку $\rho = \rho_0$, $z = 0$, а все другие электроны часть пути проходят в более сильном поле и закручиваются сильнее). На последующих графиках для удобства везде откладывается по оси абсцисс величина $-\Delta\rho$.

ними (относительно касательной к окружности радиуса $\rho_{нач}$ в точке вылета) траекториями ($\varphi_r > 0$), и изображения, даваемого внутренними траекториями ($\varphi_r < 0$), причем область, занимаемая первым, в пределах точности вычислений, полностью лежит в области, занимаемой вторым. Таким образом, более выгодно использование внешних широких пучков.

Из рисунка следует, что:

1) общий характер следов пересечения плоских вертикальных пучков $\varphi_r = \text{const}$ с фокальной плоскостью параболический; ветви параболы расходятся шире относительно плоскости симметрии с увеличением $|\varphi_r|$; для $\varphi_r = 0$ парабола вырождается в прямую; вершина находится в точке $z = 0$, $\rho = 1{,}0000$;

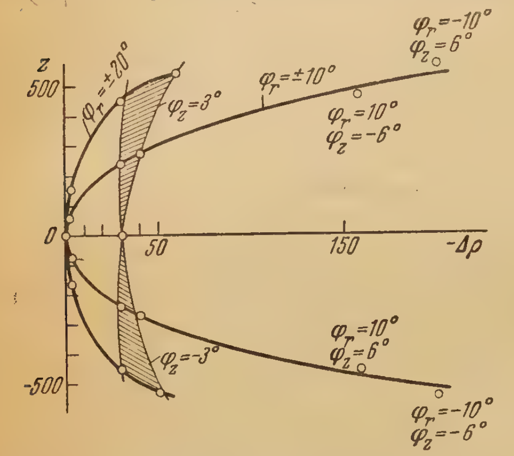


Рис. 3. Изображение точечного источника плоскими пучками $\varphi_r = \text{const}$ и $\varphi_z = \text{const}$ в фокальной плоскости $\vartheta = \pi\sqrt{2}$

2) вертикальные пучки лучей для φ_r, равных по абсолютной величине, но отличающихся знаком, в первом приближении накладываются друг на друга; при этом ветви параболы для внешних пучков короче, чем для внутренних, т. е. последние при одинаковых φ_r будет больше дефокусироваться по ρ и z;

3) границы изображений для внешних и внутренних пучков со стороны меньших радиальных отклонений определяются $\pm\varphi_{r\,max}$ и совпадают, а со стороны бо́льших отклонений определяются $\pm\varphi_{z\,max}$ и не совпадают;

4) ширина изображения весьма сильно зависит от φ_z для любых φ_r; для сравнения на рисунке нанесены точки, отвечающие траекториям с $\varphi_z = \pm 6°$ и $\varphi_r = \pm 10°$;

5) интенсивность должна иметь максимум вблизи ρ_0 и затем более медленно спадать с увеличением $|\Delta\rho|$.

Линейный источник

Изображение линейного источника можно было построить, найдя изображения нескольких его точек (рис. 3). Однако с точки зрения анализа распределения интенсивности удобнее сначала строить изображения всех точек линейного источника, даваемые вертикальными пучками с данным φ_r и $|\varphi_z| \leqslant 3°$, а потом их совмещать.

На рис. 4 дано изображение верхней половины источника ($0 \leqslant z_0 \leqslant 0{,}1\,\rho_0$) вертикальным пучком электронов с начальными углами вылета $\varphi_r = 10°$, $|\varphi_z| \leqslant 3°$. Изображение отдельных точек источника представляется в виде парабол. С увеличением z_0 форма парабол искажается (ветви идут несимметрично). Изображение верхней половины линейного источника на рис. 4 с внешней стороны будет ограничено некоторой огибающей, а с внутренней — кривой, отвечающей $\varphi_z = -3°$, и имеет вид изогнутой плоскости, радиальная ширина которой увеличивается с $|z|$. Характер изображений, даваемых пучками электронов с другими начальными углами вылета φ_z, будет такой же. Ширина полоски сильно зависит от φ_z. Но так как внешние ветви парабол короче для всех φ_r, а для $\varphi_r > 0$ они к тому же пересекают линии $\rho = \text{const}$ под меньшим углом, то роль положительных и отрицательных φ_z в расширении изображения различна: бо́льшую дефокусировку в радиальном направлении

дают внутренние ветви парабол, соответствующие во внешних пучках отрицательным φ_z, а во внутренних — положительным. Для нижней половины источника большую дефокусировку будут также вносить внутренние ветви парабол, но соответствие между φ_r и φ_z будет обратным.

Однако использование этой закономерности для уменьшения ширины изображения (отсечение лучей с отрицательными φ_z из верхней половины источника и с положительными φ_z из нижней) оказывается на практике почти невозможным.

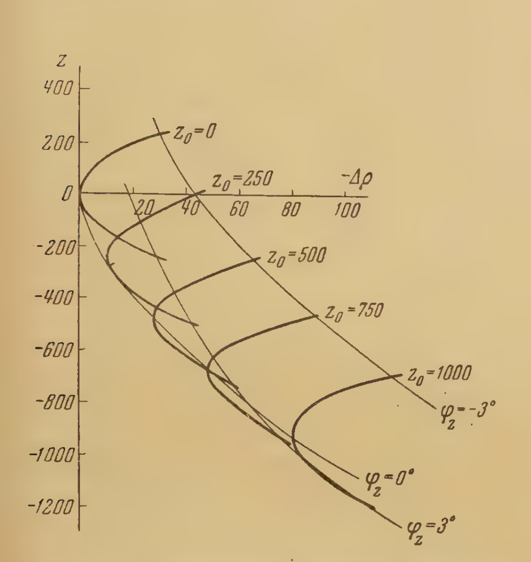


Рис. 4. Изображение верхней половины линейного источника плоским пучком $\varphi_r = 10°$, $|\varphi_z| \leqslant 3°$

Рис. 5. Изображение линейного источника пучком $|\varphi_r| \leqslant 20°$, $|\varphi_z| \leqslant 3°$

На рис. 5 показано изображение линейного источника, ограниченного значением $|z_0| \leqslant 0{,}1\,\rho_0$, центр которого находится в $z = 0$, $\rho = 1$. Оно получено наложением его изображений вертикальными пучками лучей с начальными углами вылета $\varphi_r = \pm 20$, ± 10 и $0°$ и $|\varphi_z| \leqslant 3°$. Видно, что изображения, отвечающие внешним пучкам (20, 10°), уже и меньше по площади, чем изображения, отвечающие внутренним пучкам (—20, —10°). Заштрихованные места соответствуют областям, где не происходит наложения обоих пучков. Высота изображения в 1,2 раза больше высоты источника.

Таким образом, аксиальная фокусировка, даваемая полем, может считаться хорошей. Радиальная ширина изображения сильно зависит от высоты источника z_0 и вертикальных углов вылета φ_z.

Для выбранного пучка ширина изображения линейного источника равна 2,34 мм при радиусе равновесной орбиты 140 мм. Передний край изображения искривлен. Характер распределения интенсивности в изображении аналогичен случаю точечного источника.

Широкий источник

Вычисление траекторий для широкого источника показало, что в выбранном поле полная ширина изображения складывается из ширины изображения линейного источника и ширины самого источника. Для вычисления мы брали траектории, наиболее худшие в смысле дефокусировки (с большими z_0, φ_r, φ_z и $\rho_{нач} = 1 \pm 0{,}01$).

В таблице приведены результаты вычислений вместе с соответствующими данными для линейного источника. Видно, что координаты этих траекторий в фокальной плоскости в пределах точности расчета имеют одинаковые z, а по ρ различаются на разность начальных данных.

Сравнение результатов вычисления характеристик изображения широкого и линейного источников

№ траектории	φ_r	φ_z	$\rho_{нач}$	z_0	ρ	z	$\Delta\rho$
1	—20°	—3°	1,0000	0,1000	0,9872	—0,1229	—128
2	—20°	—3°	0,9900	0,1000	0,9969	—0,1221	—31
3	—20°	3°	1,0100	0,1000	0,9728	—0,0115	—262
4	—20°	3°	1,0000	0,1000	0,9833	—0,0124	—167
5	—20°	3°	0,9900	0,1000	0,9932	—0,0117	—68
6	0°	0°	1,0100	0,1000	0,9822	—0,0994	—178
7	0°	0°	1,0000	0,1000	0,9906	—0,1001	—94
8	0°	0°	0,9900	0,1000	1,0016	—0,1015	16

5. Выбор формы приемной щели и изображения источника

Использование в спектрометре прямой приемной щели для выбранного пучка $|\varphi_r| \leqslant 20°$ и $|\varphi_z| \leqslant 3°$, при обычном оптимальном соотношении (равенстве) между шириной щели d, шириной источника q и шириной линейного изображения Δ, дает относительную приборную полуширину линии 1,25% при использовании 0,6% полного телесного угла. Выбор формы приемной щели, очертания которой в первом приближении совпадают с областью наложения изображений (см. рис. 5), и диафрагмирование лучей, выходящих за пределы этой области, значительно улучшает разрешающую способность прибора.

При этом получаются следующие преимущества:

1) ширина изображения в соответствующих криволинейных координатах (см. следующий параграф) уменьшается в 2,5 раза,

2) телесный угол остается почти прежним,

3) высота источника не только не уменьшается, а может быть увеличена,

4) благодаря совпадению формы изображения с формой щели улучшается форма линии.

За наружный абрис щели можно взять кривую, ограничивающую со стороны меньших $\Delta\rho$ изображение линейного источника пучком $\varphi_r = 0$ или близкую к ней. В первом приближении эту кривую можно представить дугой окружности радиуса 88 мм при радиусе равновесной орбиты 140 мм. Выбор окружности предпочтителен перед любой другой кривой ввиду простоты изготовления такой изогнутой приемной щели.

Фотографирование изображения линейного источника и фотометрирование распределения интенсивности в нем [26] подтвердили правильность расчетных данных. После этого была изготовлена щель выбранной формы.

6. Распределение интенсивности в изображении и форма линии

Распределение интенсивности в изображении линейного источника в радиальном направлении является сложной функцией трех параметров φ_r, φ_z и z_0, нахождение аналитического выражения которой весьма затруднительно. Мы находили распределение интенсивности путем непосредственного графического интегрирования.

На изображение линейного источника, даваемое, например, верти-

кальным пучком с $\varphi_r = 10°$ (см. рис. 4), наносились координатные линии ρ_i', соответствующие кривизне щели. Изображение светящейся точки, как уже говорилось, имеет вид несимметричной параболы, которая будет разрезана координатными линиями ρ_i' на участки различной длины. Вершина параболы соответствует углу вылета $\varphi_z = 0°$, а ветви — $\varphi_z \gtrless 0°$. Относительное число электронов, приходящих на данный интервал $\Delta\rho_i'$ (в нашем случае на отрезок параболы между двумя соседними координатными линиями) из светящейся точки z_0, пропорционально телесному углу $\Delta\Omega_i$, в пределах которого вылетающие из z_0 электроны попадают в этот интервал или отрезок дуги. Для данного φ_r имеем:

$$\Delta\Omega_i \sim \cos\varphi_{z_i}\Delta\varphi_{z_i} \sim \Delta\varphi_{z_i},$$

так как $\cos\varphi_{z_i}$ при $|\varphi_z| \leqslant 3°$ остается практически постоянным. На основании результатов вычисления траекторий для каждого z_0 мы строили зависимость длины ветви параболы от угла φ_z и после интерполяции находили величину $\Delta\varphi_{z_i} = \varphi_{z_{i+1}} - \varphi_{z_i}$. Затем производили графическое интегрирование по всем z_0, в результате чего находили относительное число электронов, приходящих в данный интервал $\Delta\rho_i'$ от всего источника. Таким образом получалось распределение интенсивности в изображении линейного источника, даваемом вертикальным пучком с данным φ_r. То же самое мы проделывали и для других φ_r. После этого графическим способом находилась относительная величина средней интенсивности в данной полоске $\Delta\rho_i'$, даваемая всеми φ_r. Полученное распределение интенсивности в изображении линейного источника дано на рис. 6, *а*. Смещением на $\Delta\rho_i'$ относительно друг друга нескольких кривых распределения относительной интенсивности для линейного источника и суммированием по каждому $\Delta\rho_i'$ было получено распределение интенсивности в изображении широкого источника. Оно показано на рис. 6, *б*. После этого была определена форма линии (рис. 7), получаемая движением кривой распределения интенсивности в изображении широкого источника в фокальной плоскости над щелью заданной формы и ширины такими же шагами $\Delta\rho_i'$ и подсчетом площадей, ограничиваемых при каждом шаге краями щели и кривой распределения.

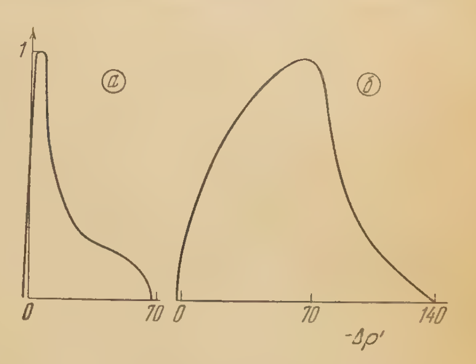


Рис. 6. Распределение интенсивности в изображении: *а* — линейного источника, *б* — широкого источника. Попадание электронов в область $\Delta\rho' > 0$ — результат выбора данной формы щели (см. параграф 5 и рис. 5)

Рис. 7. Форма линии. Кривая соответствует форме линии при ее относительной полуширине 0,42%, кружки — при 0,13% (линии совмещены по высоте и основанию)

Форма линии несколько несимметрична, что объясняется характером распределения интенсивности в изображении линейного источника. Спад линии круче. Ширина линии на половине высоты равна 0,8 от полуширины основания. Это должно сказываться в улучшении разрешающей способности. Ширина изображения линейного источника была взята равной 70 единицам четвертого знака, такой же ширины были взяты источник и щель. Координатные линии ρ_i' были проведены через 5 единиц ($\Delta\rho_i'$).

Это отвечает, принимая во внимание форму линии, относительной полуширине ее 0,42 %; при этом используется около 0,6 % полного телесного угла.

Таким же путем, но с несколько меньшей точностью, мы нашли форму линии для ширины изображения линейного источника, равной 20 единицам четвертого знака. Форма линии для этого случая более симметрична (рис. 7). Относительная полуширина линии близка к 0,13%.



Рис. 8. Сравнение теоретически вычисленной формы линии с экспериментальной: кривая — теоретическая форма линии, точки — линия X ThC″. Относительная полуширина линии 0,42 %

По нашей просьбе А. М. Петрунькиным для контроля было выполнено вычисление распределения интенсивности изображения более сложным способом, использованным А. А. Башиловым и В. И. Бернотасом [27] при нахождении формы линии в кэтроне. Полученный результат совпал с приведенным выше.

После того как в приборе была установлена кривая щель требуемой формы, вычисленные теоретически относительная полуширина и форма линии были подтверждены экспериментально (рис. 8).

7. Относительная полуширина линии и телесный угол

Мы пользуемся здесь термином «относительная полуширина линии» вместо часто употребляемого «разрешающая способность». Как было сказано в параграфе 4, изображение широкого источника складывается из ширины изображения линейного источника (Δ) и самого источника (q). Это обстоятельство позволяет при определении относительной полуширины линии в нашем спектрометре пользоваться результатом, полученным при анализе этой величины в «кэтроне» [22]:

$$R = \frac{1}{4} \cdot \frac{\Delta + d + q + 2\sigma}{\rho_0},$$

где σ — спектральная ширина линии. При соблюдении оптимальных условий $\Delta = d = q$ и малой величине σ имеем:

$$R = \frac{3}{4} \cdot \frac{\Delta}{\rho_0}.$$

В нашем приборе, при использовании примерно 0,6 % полного телесного угла, ширина линии на половине высоты составляет 0,8 от половины основания. Поэтому относительная полуширина линии будет несколько меньше:

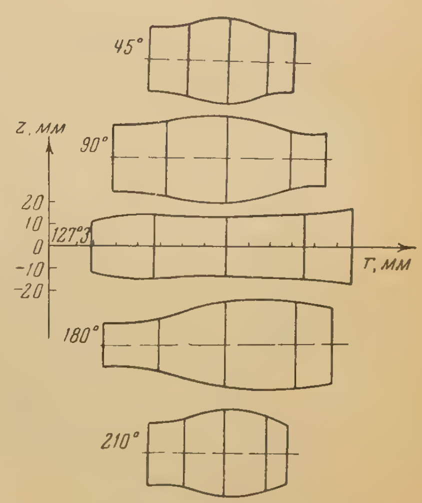
$$R = 0{,}6 \frac{\Delta}{\rho_0}.$$

Полувысота источника при этом бралась 0,1 ρ_0. Расчеты для более высоких источников не производились, так как для этого надо точнее учитывать зависимость $H(\rho, z)$ от z (формулы (4) и (5)). Однако возможность использования в спектрометре без ухудшения относительной полуширины линии более высоких источников не вызывает сомнений. Применение высоких источников потребует использования более высокой изогнутой приемной щели.

Как указывалось, форма линии при относительной полуширине 0,13 % несколько симметричнее, чем при 0,42 %. При этом используется телесный угол несколько более 0,3 %. Ширина источника в выбранных для расчетов единицах равна 20.

Из сравнения этих цифр ($\Delta_1 = 70$, $\Omega_1 = 0{,}6$ % и $\Delta_2 = 20$, $\Omega_2 = 0{,}32$ %) видно, что зависимость между относительной полушириной линии и используемым при этом телесным углом квадратичная: $R \sim \Omega^2$. Поэтому при работе с меньшей относительной полушириной линии такой спектрометр будет иметь очевидное преимущество перед спектрометрами, в которых зависимость между этими величинами линейная ($R \sim \Omega$), например перед «кэтроном».

Желание получить малую относительную полуширину линии при сравнительно большом используемом телесном угле потребовало большего числа диафрагм (5 штук), расположенных под углами $\vartheta = 45$, 90, 127,3, 180 и 210°, и обусловило их своеобразную форму (рис. 9).



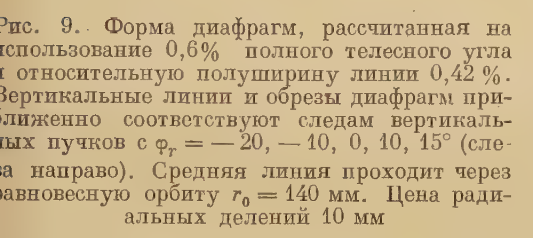


Рис. 9. Форма диафрагм, рассчитанная на использование 0,6% полного телесного угла и относительную полуширину линии 0,42 %. Вертикальные линии и обрезы диафрагм приближенно соответствуют следам вертикальных пучков с $\varphi_r = -20, -10, 0, 10, 15°$ (слева направо). Средняя линия проходит через равновесную орбиту $r_0 = 140$ мм. Цена радиальных делений 10 мм

При этом мы старались использовать все лучи, приходящие из линейного источника в область двойного перекрытия (см. рис. 5). Форма диафрагм определялась из анализа следов траекторий электронов в соответствующих плоскостях $\vartheta = \text{const}$. Несмотря на то, что нам пришлось пожертвовать частью внешнего пучка (малый диаметр полюсов и краевой эффект ограничили φ_r для внешних лучей 15°) и срезать часть внутреннего, общий телесный угол остался прежним — $\sim 0{,}6$ %. Это достигается за счет того, что для некоторых точек источника удается использовать вертикальные углы расходимости до 9°,5 (горизонтальные углы расходимости пучка для всех точек равны 35°).

Таким образом, проведенные расчеты позволили полнее выявить и использовать особенности и преимущества β-спектрометра с двойной фокусировкой на угол $\pi\sqrt{2}$, что в значительной мере способствовало и экспериментальному успеху.

В заключение мы благодарим В. И. Бернотаса, принимавшего участие в руководстве вычислениями на начальной их стадии и передавшего свой опыт таких вычислений, проведенных им для поля «кетрона».

Приносим свою благодарность А. М. Петрунькину, О. А. Бурдо, Д. К. Озерову, Н. Н. Пучерову, В. Р. Саулиту, принимавшим участие в вычислениях.

Физический институт
Ленинградского гос. университета
им. А. А. Жданова

Получена редакцией
11. III. 1954 г.

Цитированная литература

1. Терлецкий Я., ЖЭТФ, **11**, 96 (1941).
2. Kerst D. a. Serber R., Phys. Rev., **60**, 53 (1941).
3. Svartholm N. a. Siegbahn K., Arkiv f. Mat., Astr. o. Fys., **33A** No. 21 (1947).
4. Svartholm N. a. Siegbahn K., Arkiv f. Mat., Astr. o. Fys., **33A**, No. 2 (1947).
5. Svartholm N. a. Siegbahn K., Arkiv f. Mat., Astr. o. Fys., **34A**, No. 2 (1948).
6. Shull F. a. Dennison D., Phys. Rev., **71**, 681 (1947).
7. Shull F. a. Dennison D., Phys. Rev., **72**, 256 (1948).
8. Rosenblum E., Phys. Rev., **72**, 731 (1947).
9. Rosenblum E., Phys. Rev., **75**, 1628 (1949).
10. Rosenblum E., Rev. Sci. Instr., **21**, 586 (1950).
11. Svartholm N., Arkiv f. Fys., **2**, *2*, 115 (1950).
12. Judd D., Rev. Sci. Instr., **21**, 213 (1950).
13. Sugimoto A., Journ. Sci. Instr., **43**, 1 (1949).
14. Shull F., Phys. Rev., **74**, 917 (1948).
15. Curi F., Osoba J. a. Slack K., Rev. Sci. Instr., **19**, 771 (1948).
16. Hedgran A., Siegbahn K. a. Svartholm N., Proc. Phys. Soc., **63A** 960 (1950).
17. Bartlett A. a. Bainbridge K., Rev. Sci. Instr., **22**, 517 (1951).
18. Snyder C., Rubin S., Fowler W. a. Lauritsen C., Phys. Rev., **74** 1546 (1948).
19. Snyder C., Rubin S., Fowler W. a. Lauritsen C., Rev. Sci. Instr. **21**, 852 (1950).
20. Rubin S., Phys. Rev., **75**, 1459 (1949).
21. Корсунский М., Кельман В. и Петров Б., ЖЭТФ, **14**, 394 (1944)
22. Джелепов Б. С. и Башилов А. А., Изв. АН СССР, Серия физич., **14** 299 (1950).
23. Павинский П. П., Изв. АН СССР, Серия физич., **18**, *2*, 175 (1954).
24. Verster N. F., Physica, **16**, 815 (1950).
25. Крылов А. Н., Собр. соч., т. III, ч. 1, стр. 373, 389. — Изд. АН СССР М. — Л., 1949.
26. Золотавин А. В., Изв. АН СССР, Серия физич., **18**, *1*, 127 (1954).
27. Башилов А. А. и Бернотас В. И., Изв. АН СССР, Серия физич., **18** *2*, 192 (1954).

ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК СССР

Т. XVIII, № 2 СЕРИЯ ФИЗИЧЕСКАЯ 1954

В. Р. САУЛИТ

К ВОПРОСУ НАХОЖДЕНИЯ АНАЛИТИЧЕСКОГО ВИДА ТРАЕКТОРИЙ ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ В МАГНИТНЫХ ПОЛЯХ ОСЕВОЙ СИММЕТРИИ, ПРИМЕНЯЕМЫХ В СОВРЕМЕННЫХ β-СПЕКТРОМЕТРАХ *

Из известных в настоящее время β-спектрометров наилучшими надо признать β-спектрометр с двойной фокусировкой и β-спектрометр типа «кэтрон». Мы остановимся лишь на β-спектрометре первого типа.

Идея β-спектрометра с двойной фокусировкой принадлежит Зигбану и Свартхольму [1]. Им же принадлежит и первое экспериментальное осуществление этой идеи. В настоящее время имеется несколько приборов данного типа. В частности, такой прибор построен и в Ленинградском университете, в лаборатории Б. С. Джелепова, А. В. Золотавиным. Несмотря на выдающиеся качества построенных приборов, надо признать, что они не используют еще всех имеющихся возможностей. И вина в этом не экспериментаторов, а теоретиков, которые не уделяют достаточного внимания экспериментальной технике: β-спектрометрам с двойной фокусировкой посвящено всего несколько теоретических работ, и ни одну из них нельзя признать исчерпывающей.

β-Спектрометр с двойной фокусировкой основан на хорошо известных фактах, установленных впервые Керстом и Сербером [2], касающихся свободных колебаний заряженной частицы, движущейся в магнитном поле с осевой и зеркальной симметрией. Они показали, что если напряженность магнитного поля в плоскости зеркальной симметрии $z = 0$ изменяется по закону

$$H = H_0\left(\frac{r_0}{r}\right)^n, \qquad (0 < n < 1) \qquad (1)$$

где постоянная H_0 имеет значение

$$H_0 = -\frac{cmv_0}{er_0}, \qquad (2)$$

то заряженные частицы с релятивистской массой m, обладающие скоростью v_0 и вылетающие под небольшим углом к касательной к окружности $r = r_0$, $z = 0$, совершают около этой окружности радиальные и аксиальные колебания, частоты которых в первом приближении даются соответственно формулами:

$$\left.\begin{aligned} \omega_r &= \sqrt{1-n}, \\ \omega_z &= \sqrt{n}. \end{aligned}\right\} \qquad (3)$$

Ясно, что если $n = {}^1/_2$, то $\omega_r = \omega_z$, т. е. осуществляется двойная фокусировка. Углом фокусировки при этом будет угол $\varphi_m = \pi\sqrt{2}$.

---

* Доложено на Совещании в АН СССР 19 февраля 1953 г.

5*

Можно показать, что свободные радиальные и аксиальные колебания возникают и в случае полей более общего вида, чем поле (1). А именно, можно показать, что если напряженность поля в плоскости $z = 0$ задана законом

$$H = H_0 f\left(\frac{r}{r_0}\right), \qquad (f(1) = 1) \qquad (4)$$

где f — произвольная аналитическая функция от аргумента $\frac{r}{r_0}$, то колебания возникают, если значение первой производной функции f в точке $\frac{r}{r_0} = 1$ заключено в промежутке между значениями 0 и -1. Выражение (4) при этом может быть представлено в виде ряда:

$$H = H_0 \sum_{k=0}^{\infty} a_k \left(\frac{r - r_0}{r_0}\right)^k. \qquad (a_0 = 1) \qquad (5)$$

Частоты колебаний в этом случае даются прежними формулами (3), в которых n надо заменить на $-a_1$. В случае двойной фокусировки $a_1 = -{}^1/_2$. Коэффициенты a_2, a_3, $a_4, \ldots$ произвольны. За счет специального выбора этих коэффициентов можно пытаться улучшить форму изображения. Так, Шулл и Деннисон [3] указывают, что при $a_2 = {}^1/_8$ получается изображение с наименьшей шириной, а при $a_2 = {}^3/_8$ — с наименьшей высотой. Розенблюм [4] указывает, что при $a_2 = {}^1/_4$ получается минимальное по площади изображение. Вопрос о старших коэффициентах попрежнему остается открытым. В 1947 г. П. П. Павинским [5] были вычислены коэффициенты a_k для поля, осуществляющего точную фокусировку плоского широкого пучка на произвольный угол φ_m. (Независимо от него эти вычисления выполнены в 1950 г. Верстером [6].) Вопрос о поведении пространственного пучка в двух последних работах не рассматривается.

Для практического осуществления приборов нужно знать не только форму поля, но и ход траекторий частиц в этом поле (это необходимо, например, при выборе формы диафрагм и формы входной щели). Такие вычисления производились Шуллом и Деннисоном [3], Свартхольмом [7] и Верстером [6]. Результаты всех трех работ могут быть использованы лишь при параксиальных пучках, применение которых значительно уменьшает светосилу прибора (при данной разрешающей способности). Кроме того, формулы Шулла и Деннисона неудобны еще и тем, что r и z в них находятся не как функции φ, а как функции времени t. В связи с этим приходится находить $\varphi = \varphi(t)$, графически решать полученный результат относительно t и подставлять найденное значение t в $r(t)$ и $z(t)$. Формула Верстера характеризует поведение плоского параксиального пучка и верна лишь для полей, осуществляющих точную фокусировку этого пучка. Других более общих и точных работ не имеется. В связи с этим при постройке приборов с большой светосилой и большой разрешающей способностью приходится прибегать к численному интегрированию уравнений траекторий. Это очень трудоемкая работа. Так, при постройке β-спектрометра А. В. Золотавина с полем П. П. Павинского на выполнении указанных выше расчетов было занято несколько человек, а сами расчеты заняли около года. Кроме того, никаких общих выводов о движении частиц в других полях на основании этих численных расчетов сделать нельзя.

В связи со всем сказанным, автор настоящей работы поставил перед собой задачу решения уравнений траекторий для широкого пространственного пучка и задачу выбора оптимальных полей, осуществляющих фокусировку. В настоящей работе рассматриваются траектории, лежащие в плоскости зеркальной симметрии.

1. Вычисление траекторий, лежащих в плоскости симметрии прибора

Как мы уже выше указывали, в случае магнитного поля осевой симметрии, которое в плоскости зеркальной симметрии задается в виде (5), при выполнении условия (2) существует равновесная траектория $r = r_0$. Примем r_0 за единицу измерения длины и $\frac{er_0}{mcr_0}$ — за единицу измерения напряженности поля. Введем в рассмотрение величину

$$\rho = r - 1, \tag{6}$$

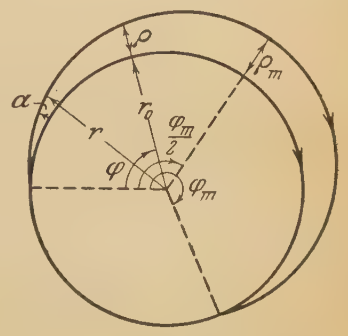
характеризующую отклонение возмущенной траектории от равновесной (см.рисунок).Магнитноеполезададимввиде:

$$H = \frac{1}{\rho + 1} \cdot \frac{dB(\rho)}{d\rho}, \tag{7}$$

где $B(\rho)$ — некоторая функция, представимая рядом

$$B(\rho) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{b_k}{k} \rho^k, \quad (b_1 = -1) \tag{8}$$

допускающим почленное дифференцирование.



Геометрический смысл применяемых в тексте обозначений. Изображена плоскость $z = 0$

Перейдем теперь к выводу уравнения для плоских траекторий. Как известно из общей теории, уравнения движения частицы в магнитном поле осевой симметрии обладают двумя интегралами. Прежде всего неизменна скорость движения частицы:

$$\dot{\rho}^2 + (\rho + 1)^2 \dot{\varphi}^2 = v_0^2. \tag{9}$$

Кроме того, постоянна проекция момента обобщенного импульса на орт $\mathbf{e}_\varphi$:

$$(\rho + 1)^2 \dot{\varphi} + v_0 B(\rho) = v_0 \cos\alpha, \tag{10}$$

где α — угол между начальным направлением скорости и касательной к равновесной траектории (в качестве одного из начальных условий мы берем $\rho|_{\varphi=0} = 0$). Исключая из (9) и (10) $\dot{\varphi}$ и переходя от производных по времени к производным по φ, мы получаем искомое уравнение:

$$\left(\frac{d\rho}{d\varphi}\right)^2 + (\rho + 1)^2 = \frac{(\rho + 1)^4}{(\cos\alpha - B(\rho))^2}. \tag{11}$$

Интегрируя его, получаем

$$\varphi = \pm \int_0^{\rho} \frac{(\cos\alpha - B(\rho))\, d\rho}{(\rho + 1)^2 \sqrt{1 - \frac{(\cos\alpha - B(\rho))^2}{(\rho + 1)^2}}}. \tag{12}$$

Постоянная интегрирования здесь выбрана таким образом, чтобы выполнялось равенство $\rho|_{\varphi=0} = 0$; знак плюс соответствует внешним траекториям ($\alpha > 0$), знак минус — внутренним траекториям ($\alpha < 0$). Если бы мы могли вычислить этот интеграл и разрешить результат относительно ρ, то получили бы искомое решение $\rho = \rho(\varphi)$. Но интегрирование здесь выполнить оказывается невозможным. Рассмотрим подинтегральное выражение, равное $\frac{d\varphi}{d\rho}$. Так как φ с течением времени монотонно растет до ∞, то $d\varphi > 0$; $d\rho$ одновременно с этим может иметь различные знаки. Когда

же происходит изменение знака у $d\rho$? Обратимся к выражению, стоящему под знаком радикала в знаменателе подинтегрального выражения. Оно непрерывно и, вместе с тем, не может быть отрицательным, т. е. всегда должно выполняться неравенство $\left|\frac{\cos\alpha - B}{\rho+1}\right| \leqslant 1$. Отсюда вытекает, что $d\rho$ должно менять знак, когда подкоренное выражение обращается в нуль. В этот момент одновременно с изменением знака у $d\rho$ меняется знак и перед радикалом, в связи с чем $d\varphi$ знака не меняет. Пусть изменение знака у $d\rho$ происходит при $\rho = \rho_m$. Из только что сказанного следует, что ρ_m должно быть корнем уравнения:

$$\rho + 1 = \cos\alpha - B(\rho). \tag{13}$$

Пусть это значение ρ_m принимается при $\varphi = \frac{\varphi_m}{2}$. Сразу замечаем, что ρ является четной функцией относительно точки $\frac{\varphi_m}{2}$, т. е. что $\rho\left(\frac{\varphi_m}{2} + \varphi\right) = \rho\left(\frac{\varphi_m}{2} - \varphi\right)$. Из этого следует, что $\rho(\varphi_m) \equiv 0$. Этот факт мы используем несколько позже, а пока определим φ_m. Для φ_m мы должны написать:

$$\varphi_m = \pm 2 \int\limits_0^{\rho_m} \frac{(\cos\alpha - B)\, d\rho}{(\rho+1)^2 \sqrt{1 - \frac{(\cos\alpha - B)^2}{(\rho+1)^2}}}. \tag{14}$$

Раскладывая правую часть в ряд по степеням малого при малых α параметра

$$\mu \equiv \pm\sqrt{1 - \cos\alpha}, \tag{15}$$

получим

$$\begin{aligned}\varphi_m = {} & \frac{\pi}{\sqrt{-b_2}} + \mu\frac{2\sqrt{2}}{b_2}\left(\frac{2}{3}\cdot\frac{b_3}{b_2} + \frac{1}{2}\right) - \frac{\mu^2}{2!}\cdot\frac{\pi}{\sqrt{-b_2}}\left(\frac{5}{3}\cdot\frac{b_3^2}{b_2^3} - \frac{3}{2}\cdot\frac{b_4}{b_2^2} + \right.\\ & \left. + \frac{b_3}{b_2^2} + \frac{3}{4}\cdot\frac{1}{b_2} + \frac{3}{4}\right) - \frac{\mu^3}{3!}\cdot\frac{2\sqrt{2}}{b_2}\left(\frac{256}{27}\cdot\frac{b_3^3}{b_2^4} + \frac{16}{3}\cdot\frac{b_3^2}{b_2^3} - 16\frac{b_3 b_4}{b_2^3} - \right.\\ & \left. - 4\frac{b_4}{b_2^2} + 4\frac{b_3}{b_2^2} + \frac{32}{5}\cdot\frac{b_5}{b_2^2} + \frac{5}{2}\cdot\frac{1}{b_2} + \frac{b_3}{b_2} + \frac{9}{4}\right) + \frac{\mu^4}{4!}\cdot\frac{\pi}{\sqrt{-b_2}} \times\\ & \times\left(\frac{385}{6}\cdot\frac{b_3^4}{b_2^6} + 35\frac{b_3^3}{b_2^5} - \frac{315}{2}\cdot\frac{b_3^2 b_4}{b_2^5} - \frac{105}{2}\cdot\frac{b_3 b_4}{b_2^4} + \frac{105}{4}\cdot\frac{b_3^2}{b_2^4} + \frac{315}{8}\cdot\frac{b_4^2}{b_2^4} + \right.\\ & + 84\frac{b_3 b_5}{b_2^4} + 18\frac{b_5}{b_2^3} - \frac{135}{8}\cdot\frac{b_4}{b_2^3} + \frac{75}{4}\cdot\frac{b_3}{b_2^3} - 30\frac{b_6}{b_2^3} + \frac{15}{4}\cdot\frac{b_3^2}{b_2^3} + \frac{315}{32}\cdot\frac{1}{b_2^2} + \\ & \left. + \frac{27}{4}\cdot\frac{b_3}{b_2^2} - \frac{27}{8}\cdot\frac{b_4}{b_2^2} + \frac{135}{16}\cdot\frac{1}{b_2} - \frac{45}{32}\right) + \cdots\end{aligned} \tag{16}$$

Если $\alpha > 0$, то в (15) берется верхний знак, если $\alpha < 0$ — нижний знак.

Теперь нетрудно получить и само решение уравнения (11) при $0 \leqslant \varphi \leqslant \varphi_m$. Будем искать его в виде ряда:

$$\rho = \sum_{k=1}^{\infty} c_k \sin^k \theta\varphi, \tag{17}$$

где

$$\theta \equiv \frac{\pi}{\varphi_m}. \tag{18}$$

Существование решения в виде (17) в области $0 \leqslant \varphi \leqslant \varphi_m$ следует из установленного нами ранее факта, а именно из того факта, что $\rho\left(\frac{\varphi_m}{2} + \varphi\right) = \rho\left(\frac{\varphi_m}{2} - \varphi\right)$.

Коэффициенты c_k в (17) определяются без особого труда. Определим несколько первых коэффициентов. С этой целью вместо независимой переменной φ введем новую независимую переменную

$$X \equiv \sin \theta\varphi. \tag{19}$$

С новой переменной (17) примет вид:

$$\rho = \sum_{k=1}^{\infty} c_k X^k. \tag{20}$$

Это — обычный ряд Маклорена функции $\rho = \rho(X)$. Выражение (11) с новой переменной имеет вид:

$$\left(\frac{d\rho}{dX}\right)^2 = \frac{(\rho+1)^2}{\theta^2 (1 - X^2)} \left\{\frac{(\rho+1)^2}{(\cos\alpha - B)^2} - 1\right\}. \tag{21}$$

Подставляя сюда (20) и приравнивая коэффициенты при одинаковых степенях X, мы получим систему алгебраических уравнений для разыскания величин c_k. Решая эту систему, для первых коэффициентов получим:

$$\left.\begin{aligned}
c_1 &= \frac{\operatorname{tg}\alpha}{\theta},\\
c_2 &= \frac{1}{2!}\cdot\frac{1}{\theta^2}\left(\frac{2}{\cos^2\alpha} - \frac{1}{\cos^3\alpha} - 1\right),\\
c_3 &= \frac{1}{3!}\,\frac{\operatorname{tg}\alpha}{\theta}\left\{1 + \frac{1}{\theta^2}\left(\frac{3}{\cos^4\alpha} + \frac{b_2 - 8}{\cos^3\alpha} + \frac{6}{\cos^2\alpha} - 1\right)\right\},\\
c_4 &= \frac{1}{4!}\cdot\frac{1}{\theta^2}\left\{4\left(\frac{2}{\cos^2\alpha} - \frac{1}{\cos^3\alpha} - 1\right) + \frac{1}{\theta^2}\left(1 - \frac{20}{\cos^2\alpha} + \right.\right.\\
&\quad \left.\left. + \frac{45 - 13b_2 - 2b_3}{\cos^3\alpha} + \frac{9b_2 - 15}{\cos^4\alpha} + \frac{14b_2 + 2b_3 - 46}{\cos^5\alpha} + \frac{50 - 10b_2}{\cos^6\alpha} - \frac{15}{\cos^7\alpha}\right)\right\},\\
&\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots
\end{aligned}\right\} \tag{22}$$

Если же мы хотим знать решение при $\varphi_m \leqslant \varphi \leqslant \varphi_m + \bar{\varphi}_m$, где $\varphi_m + \bar{\varphi}_m$ — второй, отличный от нуля, положительный корень уравнения $\rho(\varphi) = 0$, то в (18) вместо φ_m надо подставить величину $\bar{\varphi}_m$, получающуюся из φ_m заменой в (16) μ на $-\mu$, а φ заменить на $\varphi - \varphi_m$. Кроме того, в (22) везде надо заменить α на $-\alpha$.

Для практических вычислений в (17) достаточно ограничиться 3—4 членами. Полученный результат может быть использован и для расчетов с экспериментальными полями.

2. Магнитные поля, осуществляющие точную фокусировку плоского пучка на произвольный угол $\varphi_m \geqslant \pi$

Результаты параграфа 1 позволяют без всяких затруднений найти аналитический вид магнитных полей, осуществляющих точную фокусировку плоского пучка на произвольный угол $\varphi_m \geqslant \pi$. С этой целью обратимся к формуле (16). Очевидно, что φ_m не будет зависить от начального угла вылета, т. е. от μ, если все коэффициенты при степенях μ будут равны нулю. Приравнивая эти коэффициенты нулю, мы получим бесконечную систему алгебраических уравнений для разыскания коэффи-

циентов b_k, которая распадается на отдельные независимые уравнения. Коэффициент b_2 определяется из условия:

$$\varphi_m = \frac{\pi}{\sqrt{-b_2}}, \tag{23}$$

т. е.

$$b_2 = -\theta^2. \tag{24}$$

Угол φ_m или θ^2 задаются. Все остальные коэффициенты определяются через θ^2. Находя их и подставляя в (8), а (8) подставляя, в свою очередь, в (7), получаем:

$$H(\rho) = -\frac{1}{\rho+1}\Big\{1 + \theta^2\rho - \frac{3}{4}\theta^2\rho^2 + \Big(\frac{5}{8}\theta^2 - \frac{1}{2}\theta^4\Big)\rho^3 - \Big(\frac{35}{64}\theta^2 - \frac{55}{64}\theta^4\Big)\rho^4 + \\ + \Big(\frac{63}{128}\theta^2 - \frac{717}{640}\theta^4 + \frac{9}{40}\theta^6\Big)\rho^5 + \ldots\Big\}. \tag{25}$$

Или, представляя $H(\rho)$ в виде чисто степенного ряда (5):

$$H(\rho) = -\Big\{1 - (1-\theta^2)\rho + \Big(1 - \frac{7}{4}\theta^2\Big)\rho^2 - \Big(1 - \frac{19}{8}\theta^2 + \frac{1}{2}\theta^4\Big)\rho^3 + \\ + \Big(1 - \frac{187}{64}\theta^2 + \frac{87}{64}\theta^4\Big)\rho^4 - \Big(1 - \frac{437}{128}\theta^2 + \frac{1587}{640}\theta^4 - \frac{9}{40}\theta^6\Big)\rho^5 + \ldots\Big\}. \tag{26}$$

Этот результат совпадает с вычислениями П. П. Павинского и Верстера. Предпочтительнее пользоваться рядом (25) ввиду его более быстрой сходимости.

Полагая в (26) $\theta^2 = 1$, получим в качестве частного случая поле Бейдука и Конспинского [8], осуществляющее фокусировку плоского пучка на угол $\varphi_m = \pi$. Полагая $\theta^2 = {}^1/_2$, получим поле П. П. Павинского, осуществляющее фокусировку на угол $\varphi_m = \pi\sqrt{2}$:

$$H_{\pi\sqrt{2}}(\rho) = -\Big\{1 - \frac{1}{2}\rho + \frac{1}{8}\rho^2 + \frac{1}{16}\rho^3 - \frac{31}{256}\rho^4 + \frac{59}{512}\rho^5 - \ldots\Big\}. \tag{27}$$

Это поле и использовано А. В. Золотавиным при постройке β-спектрометра с двойной фокусировкой.

Ленинградский гос. университет
им. А. А. Жданова

Получена редакцией
11. III. 1954 г.

Цитированная литература

1. Svartholm N. a. Siegbahn K., Arkiv f. Mat., Astr. o. Fys., **33A**, No.21 (1947).
2. Kerst D. a. Serber R., Phys. Rev., **60**, 53 (1941).
3. Shull F. a. Dennison D., Phys. Rev., **71**, 681 (1947); **72**, 256 (1947).
4. Rosenblum E., Phys. Rev., **72**, 731 (1947).
5. Павинский П. П., Изв. АН СССР, Серия физич., **18**, *2*, 175 (1954).
6. Verster N., Physica, **16**, 815 (1950).
7. Svartholm N. a. Siegbahn K., Arkiv f. Mat., Astr. o. Fys., **33A**, No. 24 (1947).
8. Beiduk F. a. Konopinski E., Rev. Sci. Instr., **19**, 594 (1948).

ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК СССР

Т. XVIII, № 2 СЕРИЯ ФИЗИЧЕСКАЯ 1954

В. Р. САУЛИТ

К ВОПРОСУ ФОКУСИРОВКИ ПЛОСКОГО ПУЧКА ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ МАГНИТНЫМ ПОЛЕМ, МЕНЯЮЩИМСЯ ВДОЛЬ ОДНОЙ ДЕКАРТОВОЙ КООРДИНАТЫ*

1. Введение

В настоящее время для решения многих экспериментальных задач ядерной физики, представляющих принципиальный интерес, привлекаются ионно- и электроннооптические системы. Обычно они выполняют роль анализаторов, выделяя из совокупности заряженных частиц некоторые подсовокупности их с теми или иными одинаковыми признаками. Ценность получаемых при помощи таких систем научных результатов существенно зависит от таких характеристик прибора, как разрешающая способность и светосила. Задаваясь определенной величиной разрешающей способности, мы обычно не можем получить светосилу прибора больше некоторой определенной величины. Чтобы получить бо́льшую светосилу, мы должны использовать ионный или электронный пучок с большей угловой расходимостью. Но одновременно с увеличением угловой расходимости пучка растут и аберрации, размывающие изображение, и тем самым ухудшается разрешающая способность прибора.

Естественный путь улучшения качества приборов — поиски неоднородных магнитных полей, которые допускали бы построение ионно- или электроннооптических систем с минимальными аберрациями. В последние годы в этом направлении сделаны первые шаги [1—4]. В этих работах рассматриваются магнитные поля, обладающие плоскостью зеркальной симметрии и зависящие в этой плоскости либо только от радиальной, либо от одной декартовой координаты **.

В основе всех этих работ лежит метод фокусировки поперечным однородным магнитным полем, предложенный Данишем [5]. Как и в методе Даниша, в качестве оптической оси выбирается часть дуги окружности. Для уничтожения аберраций однородное поле в некоторой области заменяется неоднородным полем, таким, что плоский пучок фокусируется совершенно точно.

Найденные магнитные поля немедленно были осуществлены экспериментально. Построены такие первоклассные β-спектрометры, как кэтрон [6] и β-спектрометр с двойной фокусировкой на угол $\pi\sqrt{2}$ [7]. Во втором приборе, наряду с совершенно точной фокусировкой плоского пучка, в первом приближении осуществляется и фокусировка пространственного пучка.

---

* Доложено на Совещании в АН СССР 22 февраля 1954 г.

** Выбор указанного класса полей не случаен. Разумно рассчитывать такие магнитные поля, осуществляемые при помощи полюсных башмаков, чтобы изготовление последних не представляло чрезмерной технической сложности. Во-вторых, что важно с математической точки зрения, в полях, обладающих плоскостью зеркальной симметрии, в указанной плоскости существуют плоские траектории, уравнения которых могут быть выражены через квадратуры.

В настоящее время возникла настоятельная необходимость создания таких ионно- и электроннооптических систем, которые позволили бы осуществить фокусировку широкого пространственного пучка в более высоких приближениях, чем первое.

Известно, что магнитное поле в пространстве, прилегающем к плоскости зеркальной симметрии, определяется заданием поля в этой плоскости (см., например, [8]). Если в качестве оптической оси брать не окружность, а некоторую другую произвольную плоскую кривую, то можно найти бесконечно большое число магнитных полей *, которые осуществляют безаберрационную фокусировку плоского пучка. Можно думать, что, подбирая надлежащим образом оптическую ось, мы сможем получить такое пространственное распределение поля, которое позволило бы осуществить двойную фокусировку пространственного пучка не только в первом приближении, но и в более высоких приближениях. Это позволило бы улучшить форму и уменьшить размеры изображения и тем самым увеличить разрешающую способность прибора без уменьшения светосилы.

В настоящей работе ставится и решается задача нахождения аналитических выражений для магнитных полей, осуществляющих точную фокусировку плоских широких пучков при произвольно заданной форме оптической оси. Рассматривается случай, когда магнитное поле в плоскости зеркальной симметрии зависит лишь от одной декартовой координаты.

2. Уравнение траекторий и его решение

Будем считать, что в плоскости зеркальной симметрии $z = 0$ отличная от нуля z-овая компонента напряженности магнитного поля является функцией только одной декартовой координаты y:

$$H_z = H_z(y, 0) \equiv H(y). \tag{1}$$

Тогда уравнения плоского движения имеют вид:

$$\left.\begin{aligned} \ddot{x} &= \frac{e}{mc}\,\dot{y}\,H(y), \\ \ddot{y} &= -\frac{e}{mc}\,\dot{x}\,H(y). \end{aligned}\right\} \tag{2}$$

Уравнение траекторий получается исключением времени из этой системы. Получим уравнение траекторий. Замечаем, что система (2) обладает двумя интегралами движения:

$$\dot{x} + \frac{e}{mc} A(y) = \delta, \tag{3}$$

$$\dot{x}^2 + \dot{y}^2 = v^2, \tag{4}$$

где v — скорость, δ — некоторая постоянная, определяемая начальными условиями движения, и

$$A(y) = -\int_{\varepsilon}^{y} H(y)\,dy \tag{5}$$

— вектор-потенциал **. Начальные условия зададим в виде:

$$x|_{t=t_0} = x_0, \quad y|_{t=t_0} = y_0, \quad \dot{x}|_{t=t_0} = v\cos\alpha, \quad \dot{y}|_{t=t_0} = v\sin\alpha. \tag{6}$$

* Вследствие произвольности оптической оси.

** ε — некоторая несущественная вполне произвольная постоянная.

Здесь α — угол между осью OX и направлением вектора скорости $\mathbf{v}$. Принимая во внимание условия (6), для δ можно написать:

$$\delta = v \cos\alpha + \frac{e}{mc} A(y_0). \qquad (7)$$

Подставляя выражение (7) в (3) и переходя в уравнениях (3) и (4) от производных по времени к производным по длине дуги траектории s, получим:

$$\frac{dx}{ds} + \frac{e}{mcv} A(y) = \cos\alpha + \frac{e}{mcv} A(y_0), \qquad (8)$$

$$\left(\frac{dx}{ds}\right)^2 + \left(\frac{dy}{ds}\right)^2 = 1. \qquad (9)$$

Исключая из этой системы s, мы и получим уравнение траекторий:

$$\left(\frac{dy}{dx}\right)^2 = \frac{1 - \left\{\cos\alpha + \frac{1}{p}[B(y_0) - B(y)]\right\}^2}{\left\{\cos\alpha + \frac{1}{p}[B(y_0) - B(y)]\right\}^2}, \qquad (10)$$

где для краткости записи положено

$$p \equiv mv, \quad B(y) \equiv \frac{e}{c} A(y). \qquad (11)$$

Разрешая уравнение (10) относительно $\frac{dy}{dx}$, получим два уравнения:

$$\frac{dy}{dx} = \pm \frac{\sqrt{1 - \left\{\cos\alpha + \frac{1}{p}[B(y_0) - B(y)]\right\}^2}}{\cos\alpha + \frac{1}{p}[B(y_0) - B(y)]}, \qquad (12)$$

отличающихся друг от друга лишь знаком перед правой частью. В полосе $y_1 < y < y_2$ плоскости XOY, где y_1 и y_2 — соответственно вещественные корни уравнений

$$-p(1 + \cos\alpha) = B(y_0) - B(y), \qquad (13)$$

$$p(1 - \cos\alpha) = B(y_0) - B(y), \qquad (14)$$

оба рассматриваемые значения $\frac{dy}{dx}$ вещественны и различны; вне этой полосы значения $\frac{dy}{dx}$ мнимы и при $y = y_1$ или $y = y_2$ $\frac{dy}{dx}$ обращается в нуль (т. е. точки y_1 и y_2 являются точками траектории с горизонтальными касательными).

Интегрируя (12), получим

$$x = x_0 \pm \int_{y_0}^{y} \theta(y)\,dy, \qquad (15)$$

где

$$\theta(y) \equiv \frac{\cos\alpha + \frac{1}{p}[B(y_0) - B(y)]}{\sqrt{1 - \left\{\cos\alpha + \frac{1}{p}[B(y_0) - B(y)]\right\}^2}}. \qquad (16)$$

Как мы видим, через точку (x_0, y_0) плоскости XOY проходят два решения с производными $\frac{dy}{dx} = \frac{1}{\theta(y_0)}$ и $\frac{dy}{dx} = -\frac{1}{\theta(y_0)}$ в этой точке. Из этих двух решений выбрать нужное нам нетрудно, так как начальные усло-

вия (6) однозначно определяют направление касательной. А именно, если $0 < \alpha < \pi$, то в (15) берется знак «+», а если $\pi < \alpha < 2\pi$ — знак «—».

В дальнейшем мы всегда будем считать, что $0 < \alpha < \pi$ и в соответствии с этим в (15) всегда будем брать знак «+». Кроме того, так как нас будут интересовать только такие траектории, которые в направлении оси OY не удаляются на $\pm\infty$, то впредь y_1 и y_2 всегда будем считать конечными.

Выражение (15) дает нам только часть траектории. Это объясняется тем, что мы ограничились рассмотрением лишь арифметического значения корня. Если мы хотим получить все решение, то вместо (15) мы должны написать:

$$x = \begin{cases} x_0 + \frac{n\sigma}{2} + \int\limits_{y_0}^{y} \theta(y)\,dy & n = 0, 1, 2\ldots \\ x_0 + \frac{n\sigma}{2} + \int\limits_{y_0}^{y_2} \theta(y)\,dy - \int\limits_{y_2}^{y} \theta(y)\,dy, & y_1 \leqslant y \leqslant y_2 \end{cases} \tag{17}$$

где

$$\sigma = 2\int\limits_{y_1}^{y_2} \theta(y)\,dy \tag{18}$$

— линейная прецессия. Может оказаться, что $\sigma = 0$, тогда траекторией является замкнутая кривая.

3. Общее условие безаберрационной фокусировки, двукратная и многократная фокусировка

Поместим точечный источник заряженных частиц в точку $S(x_0, y_0)$. Создаваемый этим источником пучок нужно сфокусировать в точку $F(x_F, y_F)$. Траектория, ограничивающая пучок с нижней стороны (оптическая ось), может быть задана произвольно. Пусть это будет траектория SM_0F (рис. 1). Будем считать, что точка $M_0(x_{02}, y_{02})$ находится на максимуме кривой, и что сама кривая в точке S образует с осью OX угол α_0. Очевидно, что, задавая эту траекторию, мы тем самым задаем и поле в промежутке $[y_0, y_{02}]$ (или в промежутке $[y_F, y_{02}]$, если $y_F < y_0$). За пределами этого промежутка, т. е. при $y > y_{02}$, поле произвольно и его всегда можно подобрать так, чтобы частицы, вылетающие под углами $\alpha > \alpha_0$, собирались в точку F. В соответствии с этим функцию $B(y)$ будем записывать в виде:

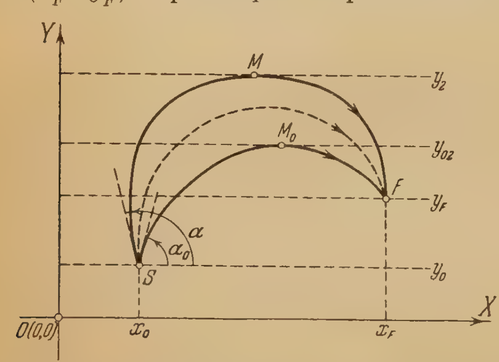


Рис. 1. Схема фокусировки пучка заряженных частиц, вылетающих из точечного источника

$$B(y) = \begin{cases} B_0(y) & y \leqslant y_{02} \\ B_1(y). & y \geqslant y_{02} \end{cases} \tag{19}$$

Точно так же и $\theta(y)$ при различных y будет иметь различный вид:

$$\theta(y)=\begin{cases}\theta_0(y)=\dfrac{\cos\alpha+\dfrac{1}{p}[B_0(y_0)-B_0(y)]}{\sqrt{1-\left\{\cos\alpha+\dfrac{1}{p}[B_0(y_0)-B_0(y)]\right\}^2}}, & y\leqslant y_{02}\\[2ex] \theta_1(y)=\dfrac{\cos\alpha+\dfrac{1}{p}[B_0(y_0)-B_1(y)]}{\sqrt{1-\left\{\cos\alpha+\dfrac{1}{p}[B_0(y_0)-B_1(y)]\right\}^2}}, & y\geqslant y_{02}\end{cases} \tag{20}$$

Воспользовавшись введенными нами обозначениями и формулой (17), мы получим для x_F:

$$x_F=x_0+2\int\limits_{y_0}^{y_{02}}\theta_0(y)\,dy+2\int\limits_{y_{02}}^{y_2}\theta_1(y)\,dy+\int\limits_{y_F}^{y_0}\theta_0(y)\,dy, \tag{21}$$

где y_2 — корень уравнения

$$p(1-\cos\alpha)=B_0(y_0)-B_1(y). \tag{22}$$

В (21) x_F и y_F надо считать не зависящими от α. Выражение (21) и является общим условием безаберрационной фокусировки. Его надо рассматривать как интегральное уравнение для разыскания функции $B_1(y)$.

В дальнейшем мы найдем решение этого уравнения.

В большинстве приборов, используемых в ядерной β-спектроскопии, в фокусе помещается счетчик электронов (например типа Гейгер—Мюллера). При этом предел чувствительности прибора определяется фоном, создаваемым рассеянными в приборе электронами, γ-излучением источника, космическими лучами, а иногда и радиоактивными загрязнениями. Для увеличения чувствительности прибора часто прибегают к включению дополнительных счетчиков, работающих в схеме совпадений. Такая схема позволяет значительно снизить фон, особенно если счетчики не расположены непосредственно друг за другом, а помещены в раздельных фокусах. Такую систему можно, например, осуществить в поперечном однородном поле, выделяя при помощи диафрагм пучок электронов, движущихся по спирали. Фокусировка электронов данной энергии будет осуществляться при углах закручивания π, 3π, 5π, ...* Счетчики при этом располагаются друг над другом.

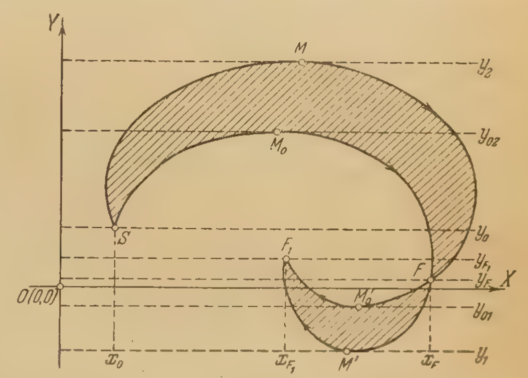


Рис. 2. Принцип двукратной фокусировки магнитным полем, зависящим от одной декартовой координаты

Воспользовавшись приведенными выше рассуждениями, можно осуществить систему с двукратной (а при желании и с многократной) фокусировкой. Фокусы при этом будут расположены в одной плоскости. Светосила приборов при таком способе фокусировки может быть значительно увеличена за счет использования более широких пучков.

В самом деле, мы определили поле в области $y\geqslant y_F$ (предполагается, что $y_F\leqslant y_0$). В области же $y<y_F$ поле, вообще говоря, осталось произвольным. Точку F, в которую сфокусирован пучок (рис. 2), в свою оче-

* При углах закручивания 2π, 4π, 6π,... фокусируются электроны любых энергий, и система не может выполнять роль анализатора.

редь можно рассматривать в качестве источника. В области $y_F > y > y_{01}$ поле может быть задано произвольно, в частности оно может быть аналитическим продолжением поля в области $y_F < y < y_{02}$. В области же $y < y_{01}$ поле подбирается так, чтобы весь пучок был точно сфокусирован в точку F_1. Если точки S и F_1 расположены на одной прямой $y = y_0$, осуществляется многократная фокусировка.

4. Определение магнитного поля по заданной траектории

Как мы уже заметили в предыдущем параграфе, траектория, ограничивающая пучок со стороны меньших α (оптическая ось), может быть задана произвольно*. Эта траектория определяет магнитное поле, а следовательно, и функцию $B(y)$ в области $y \leqslant y_{02}$. Таким образом, возникает задача о разыскании функции $B_0(y)$ по заданному уравнению траектории. Решим эту задачу.

Пусть траектория задана уравнением:

$$x = f(y). \tag{23}$$

Дифференцируя, получим:

$$\frac{dx}{dy} = \frac{df}{dy} \equiv F(y). \tag{24}$$

Очевидно, что

$$F(y) = \frac{\cos\alpha_0 + \frac{1}{p}\left[B_0(y_0) - B_0(y)\right]}{\sqrt{1 - \left\{\cos\alpha_0 + \frac{1}{p}\left[B_0(y_0) - B_0(y)\right]\right\}^2}}. \tag{25}$$

Решая выражение (25) относительно разности $B_0(y_0) - B_0(y)$, получим

$$B_0(y_0) - B_0(y) = p\left(\frac{F}{\sqrt{1+F^2}} - \cos\alpha_0\right). \tag{26}$$

Принимая во внимание формулы (5) и (11), отсюда нетрудно получить и выражение для $H_0(y)$.

Для определения разности $B_0(y_0) - B_0(y)$ можно пользоваться и параметрическим заданием траектории: $x = x(\psi)$, $y = y(\psi)$, если можно явным образом выразить ψ через y.

5. Нахождение магнитных полей, осуществляющих точную фокусировку моноэнергетического пучка

Прежде всего преобразуем интересующее нас интегральное уравнение (21) к более удобному виду.

Вводя для краткости обозначения

$$L(y) \equiv \frac{F(y)}{\sqrt{1+F^2(y)}}, \tag{27}$$

$$\mu \equiv (\cos\alpha_0 - \cos\alpha) > 0 \tag{28}$$

---

* Точнее говоря, произвольно задается лишь часть траектории, лежащая справа или слева от прямой $x = x_{02}$. Вторая половина траектории получается зеркальным отражением около прямой $x = x_{02}$.

и принимая во внимание (26), можно переписать (21) так:

$$x_F = x_0 + 2\int_{y_0}^{y_{02}} \frac{(L-\mu)\,dy}{\sqrt{1-(L-\mu)^2}} + 2\int_{y_{02}}^{y_2} \frac{\left\{\cos\alpha_0 - \mu + \frac{1}{p}\,[B_0(y_0) - B_1(y)]\right\} dy}{\sqrt{1-\left\{\cos\alpha_0 - \mu + \frac{1}{p}\,[B_0(y_0) - B_1(y)]\right\}^2}} + $$

$$+ \int_{y_F}^{y_0} \frac{(L-\mu)\,dy}{\sqrt{1-(L-\mu)^2}}. \qquad (29)$$

Введем новые переменные интегрирования. В первом и третьем интегралах положим

$$\tau_1 \equiv L(y) - 1. \qquad (30)$$

Во втором:

$$\tau_2 \equiv \frac{1}{p}\,[B_0(y_0) - B_1(y)] + \cos\alpha_0 - 1. \qquad (31)$$

Тогда вместо (29) получим:

$$x_F = x_0 + 2\int_{\cos\alpha_0-1}^{0} \frac{(\tau_1+1-\mu)\,R_0(\tau_1)\,d\tau_1}{\sqrt{1-(\tau_1+1-\mu)^2}} + 2\int_{0}^{\mu} \frac{(\tau_2+1-\mu)\,R_1(\tau_2)\,d\tau_2}{\sqrt{1-(\tau_2+1-\mu)^2}} +$$

$$+ \int_{\tau_0}^{\cos\alpha_0-1} \frac{(\tau_1+1-\mu)\,R_0(\tau_1)\,d\tau_1}{\sqrt{1-(\tau_1+1-\mu)^2}}, \qquad (32)$$

где

$$\tau_0 \equiv L(y_F) - 1, \qquad (33)$$

$$R_0(\tau_1) \equiv \frac{dy(\tau_1)}{d\tau_1}, \qquad (34)$$

$$R_1(\tau_2) \equiv \frac{dy(\tau_2)}{d\tau_2}. \qquad (35)$$

Опуская в (32) индексы у τ, будем иметь:

$$x_F = x_0 + 2\int_{\cos\alpha_0-1}^{0} \frac{(\tau+1-\mu)\,R_0(\tau)\,d\tau}{\sqrt{1-(\tau+1-\mu)^2}} + 2\int_{0}^{\mu} \frac{(\tau+1-\mu)\,R_1(\tau)\,d\tau}{\sqrt{1-(\tau+1-\mu)^2}} +$$

$$+ \int_{\tau_0}^{\cos\alpha_0-1} \frac{(\tau+1-\mu)\,R_0(\tau)\,d\tau}{\sqrt{1-(\tau+1-\mu)^2}}. \qquad (36)$$

Выполняя интегрирование по частям, получим:

$$x_F = x_0 + \sqrt{1-(\cos\alpha_0-\mu)^2}\,R_0(\cos\alpha_0-1) + \sqrt{1-(\tau_0+1-\mu)^2}\,R_0(\tau_0) +$$

$$+ 2\int_{\cos\alpha_0-1}^{0} \sqrt{1-(\tau+1-\mu)^2}\,\psi_0(\tau)\,d\tau + 2\int_{0}^{\mu} \sqrt{1-(\tau+1-\mu)^2}\,\psi_1(\tau)\,d\tau +$$

$$+ \int_{\tau_0}^{\cos\alpha_0-1} \sqrt{1-(\tau+1-\mu)^2}\,\psi_0(\tau)\,d\tau, \qquad (37)$$

где

$$\psi_0(\tau) \equiv \frac{dR_0(\tau)}{d\tau}, \qquad \psi_1(\tau) \equiv \frac{dR_1(\tau)}{d\tau}. \qquad (38)$$

Полагая для краткости записи

$$f(\mu) \equiv x_0 - x_F + \sqrt{1-(\cos\alpha_0-\mu)^2}\,R_0(\cos\alpha_0-1) + \sqrt{1-(\tau_0+1-\mu)^2}\,R_0(\tau_0) + $$
$$+2\int\limits_{\cos\alpha_0-1}^{0}\sqrt{1-(\tau+1-\mu)^2}\,\psi_0(\tau)\,d\tau + \int\limits_{\tau_0}^{\cos\alpha_0-1}\sqrt{1-(\tau+1-\mu)^2}\,\psi_0(\tau)\,d\tau \quad (39)$$

и вводя во втором интеграле новую переменную интегрирования φ по формуле

$$\tau \equiv \mu\sin^2\varphi, \quad (40)$$

получим

$$f(\mu) = -4\mu^{3/2}\int\limits_0^{\pi/2}\sqrt{2-\mu\cos^2\varphi}\,\psi_1(\mu\sin^2\varphi)\sin\varphi\cos^2\varphi\,d\varphi. \quad (41)$$

Это — интегральное уравнение для разыскания неизвестной функции $\psi_1(\tau)$. Представим правую и левую части (41) в виде рядов по степеням μ. Разлагая $f(\mu)$, т. е. выражение (39) в ряд по степеням μ, получим:

$$f(\mu) = \sum_{k=1}^{\infty} a_k\,\mu^k. \quad (42)$$

$\psi_1(\tau)$ будем искать в виде ряда:

$$\psi_1(\tau) = \tau^{-1/2}\sum_{k=0}^{\infty} c_k\,\tau^k. \quad (43)$$

Подставляя (43) в (41), имеем:

$$f(\mu) = -4\mu\int\limits_0^{\pi/2}\sqrt{2-\mu\cos^2\varphi}\sum_{k=0}^{\infty} c_k\,\mu^k\sin^{2k}\varphi\cdot\cos^2\varphi\,d\varphi. \quad (44)$$

Раскладывая радикал в подинтегральном выражении в ряд по степеням μ, производя перемножение рядов и выполняя интегрирование, получим:

$$f(\mu) = 4\pi\sqrt{2}\sum_{k=0}^{\infty} g_k\,\mu^{k+1}, \quad (45)$$

где

$$g_k \equiv \frac{1}{2^{2(k+1)}(k+1)!}\sum_{n=0}^{k}\frac{[(2n)!]^2\,[2(k-n)]!\,(2n+1)}{2^{3n}\,(n!)^3\,(k-n)!\,(2n-1)}\,c_{k-n}. \quad (46)$$

Приравнивая члены при одинаковых степенях μ в разложениях (42) и (45), мы получим систему уравнений для определения c_k:

$$a_{k+1} = \frac{\pi\sqrt{2}}{2^{2k}(k+1)!}\sum_{n=0}^{k}\frac{[(2n)!]^2\,[2(k-n)]!\,(2n+1)}{2^{3n}\,(n!)^3\,(k-n)!\,(2n-1)}\,c_{k-n}. \qquad k=0,1,2,\ldots \quad (47)$$

Отсюда получаем рекуррентную формулу для c_k:

$$c_k = \left\{\frac{k!}{(2k)!}\sum_{n=1}^{k}\frac{[(2n)!]^2\,[2(k-n)]!\,(2n+1)}{2^{3n}\,(n!)^3\,(k-n)!\,(2n-1)}\,c_{k-n}\right\} -$$
$$-\frac{2^{2k}(k!)^2(k+1)}{\pi\sqrt{2}\,(2k)!}\,a_{k+1}, \qquad k=1,2,3,\ldots \quad (48)$$

причем

$$c_0 = -\frac{a_1}{\pi \sqrt{2}}. \tag{49}$$

Поскольку мы нашли коэффициенты c_k в разложении (43), тем самым мы нашли $\psi_1(\tau)$, т. е. нашли решение интегрального уравнения (41).

Интегрируя (43), получим $R_1(\tau)$:

$$R_1(\tau) = R_0(0) + \tau^{1/2} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{2c_k}{2k+1} \tau^k. \tag{50}$$

Интегрируя, в свою очередь, (50), получим:

$$y(\tau) = y_{02} + R_0(0)\tau + \tau^{3/2} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{4c_k}{(2k+1)(2k+3)} \tau^k. \tag{51}$$

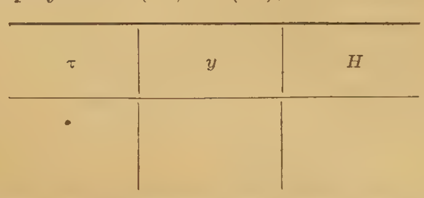
Обращением этого ряда можно получить $\tau_2(y)$, т. е. $B_1(y)$, а тем самым и $H_1(y)$. При численных расчетах в обращении ряда (51) и в последующих операциях никакой надобности нет. Действительно, как это следует из (35), (31) и (5),

$$\frac{e}{cp} H_1(\tau) = \frac{1}{R_1(\tau)}. \tag{52}$$

Подставляя сюда выражение (50), получим:

$$\frac{e}{cp} H_1(\tau) = \frac{1}{R_0(0) + \tau^{1/2} \sum\limits_{k=0}^{\infty} \frac{2c_k}{2k+1} \tau^k}. \tag{53}$$

Воспользовавшись формулами (51) и (53), мы можем составить таблицу:



τ	y	H

Два последних столбца этой таблицы и дадут нам H_1 как функцию y.

Заметим, что в точке $y = y_{02}$, где происходит сшивание двух полей, вообще говоря,

$$\left.\frac{dH_0}{dy}\right|_{y=y_{02}} \neq \left.\frac{dH_1}{dy}\right|_{y=y_{02}}.$$

То же самое происходит и со старшими производными. Осуществить такое поле практически, очевидно, невозможно: в точке сшивания реальное поле будет сильно отличаться от теоретического. Если же первая производная непрерывна, а терпят разрыв производные более высокого порядка, дело обстоит гораздо лучше. В этом случае можно очень хорошо приблизить реальное поле к теоретическому, изготовляя полюсные башмаки с острыми выступами.

3. Схема точной фокусировки моноэнергетического пучка (оптическая ось — дуга окружности)

Исходя из этого, мы должны потребовать, чтобы в точке сшивания двух полей их первые производные совпадали, т. е. чтобы первая производная результирующего поля была непрерывной. Настоящее требование приводит

к условию

$$\left.\begin{aligned} c_0 &= 0, \\ \text{или, что то же самое,} \quad & \\ a_1 &= 0. \end{aligned}\right\} \quad (54)$$

Это дополнительное условие ограничивает нас в выборе точки на заданной траектории, в которую осуществляется фокусировка пучка. Таким образом, положение фокуса системы перестает быть произвольным и однозначно определяется положением источника заряженных частиц.

Покажем это на примере. В качестве оптической оси возьмем дугу окружности радиуса $R = 1$ с центом в точке O (0,0) (рис. 3). Уравнение этой окружности может быть записано в виде:

$$x = \pm \sqrt{1 - y^2}.$$

Знак «+» в этом уравнении соответствует правой полуокружности, «—» — левой. В этом простейшем случае $\psi_0(\tau) \equiv 0$, и для a_1 мы получаем:

$$a_1 = \frac{y_0}{\sqrt{1 - y_0^2}} + \frac{y_F}{\sqrt{1 - y_F^2}}.$$

Требуя выполнения равенства (54), т. е. непрерывности первой производной поля в точке сшивания двух полей, мы получим, что

$$y_F = -y_0.$$

Это равенство и определяет положение фокуса относительно источника: фокус и источник должны быть расположены на концах диаметра заданной окружности. Полагая $y_0 = y_F = 0$, мы получим частный случай поля, вычисленного П. П. Павинским [2] и известного в литературе под названием «кэтронного поля» [6].

Физический институт
Ленинградского гос. университета
им. А. А. Жданова

Получена редакцией
11. III. 1954 г.

Цитированная литература

1. Корсунский М., Кельман В. и Петров Б., ЖЭТФ, 14, 394 (1944).
2. Павинский П. П., Изв. АН СССР, Серия физич., 18, *2*, 175 (1954).
3. Beiduk F. a. Konopinski E., Rev. Sci. Instr., 19, 594 (1948); Phys. Rev., 73, 1229 (1948).
4. Verster N., Physica, 16, 815 (1950).
5. Danysz M., C. R., 153, 339, 1066 (1911).
6. Джелепов Б. С. и Башилов А. А., Изв. АН СССР, Серия физич., 14, *3*, 263 (1950); Башилов А. А. и Бернотас В. И., Изв. АН СССР, Серия физич., 18, *2*, 192 (1954).
7. Золотавин А., Изв. АН СССР, Серия физич., 18, *1*, 127 (1954); Золотавин А. и Садковский В., Изв. АН СССР, Серия физич., 18, *2*, 215 (1954).
8. Moussa A. et Lafoucriére I., C. R., 233, 139 (1951).

ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК СССР

Т. XVIII, № 2 СЕРИЯ ФИЗИЧЕСКАЯ 1954

Я. Б. ЗЕЛЬДОВИЧ

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ РАЗРЕШЕННЫХ β-ПРЕВРАЩЕНИЙ ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ, ВЫЗЫВАЮЩЕГО β-РАСПАД*

β-Превращение каждого ядра зависит от взаимодействия, вызывающего β-распад, т. е. от коэффициентов, с которыми входят в гамильтониан взаимодействия пять известных инвариантов S, V, T, A, P, а также от матричных элементов, взятых по состоянию ядра до и после превращения.

Вполне надежная оценка матричных элементов практически возможна лишь в случае β-превращений зеркальных ядер, т. е. ядер, состояния которых до и после β-превращения различаются лишь тем, что протон первых заменен на нейтрон у вторых. С точностью до возмущающего действия электростатических сил (в легких ядрах) изотопическая инвариантность ядерных сил обеспечивает одинаковую волновую функцию до и после превращения. Группу зеркальных ядер необходимо еще более сузить, выбирая те ядра, магнитные моменты которых соответствуют теоретическим значениям для одного нуклона с определенным орбитальным моментом (линии Шмидта); только для таких ядер волновую функцию превращающегося нуклона можно считать хорошо известной.

Основные достижения последних лет в теории β-распада связаны именно с изучением легких ядер. Показано [1—3], что инвариант S или V входит в гамильтониан с таким же коэффициентом, как и инвариант T или A. Исследование угловой корреляции электрона и нейтрино при распаде $He^6 \to Li^6$ с определенностью показало, что из двух последних инвариантов в действительности осуществляется T, а не A [4, 5].

Таким образом, осталось выяснить, осуществляется ли S или V и с каким знаком входят в общее взаимодействие два инварианта, т. е. выбрать одно из четырех выражений $S+T$, $S-T$, $V+T$, $V-T$.

Этот выбор представляет не только узкий интерес для детального расчета β-превращений различных ядер. Большое принципиальное значение вопроса заключается в том, что от его решения зависит наличие или отсутствие зарядовой симметрии β-распада. Как показали Тольхук и Грот [6], требование полной симметрии между электронным и позитронным распадами ядер совместимо только с вариантами $V \pm T$**.

Заметим, что при необычном расположении функций вариант $V+T$ (притом именно с найденными на опыте численно равными коэффициентами) может быть записан весьма компактно [7, 8] (в первых двух строках дается обычное написание, в последней строке — новая запись):

$$V+T = g\Big[\sum_k \overset{*}{\psi}_n \beta\gamma_k \psi_p \cdot \overset{*}{\psi}_{\nu+} \beta\gamma_k \psi_{e-} + \sum_{i,\,j} \overset{*}{\psi}_n \beta/2\,(\gamma_i\gamma_j - \gamma_j\gamma_i)\,\psi_p \times$$

$$\times\, \overset{*}{\psi}_{\nu+} \beta/2\,(\gamma_i\gamma_j - \gamma_j\gamma_i)\,\psi_{e^-}\Big] + \text{компл. сопр.} =$$

$$= g\,(\overset{*}{\psi}_n \beta\psi_{e^-} \cdot \overset{*}{\psi}_{\nu+} \beta\psi_p + \text{зарядовосимм.}) + \text{компл. сопр.},$$

* Доложено на Совещании в АН СССР 18 февраля 1954 г.

** Несимметрия $S \pm T$ не влияет на форму разрешенных спектров, но проявляется, в частности, в поляризации электронов и позитронов (см. ниже).

а вариант

$$V - T = g\,(\psi_n^* \beta\gamma_5\, \psi_{e^-} \cdot \psi_{\nu^+}^* \beta\gamma_5\, \psi_p + \text{зарядовосимм.}) + \text{компл. сопр.}$$

Обозначения ν^- и ν^+ (см. [9]) относятся к нейтрино, образующимся при электронном и позитронном распадах, зарядовосимметричное выражение получается заменой n на p и e^-, ν^- на e^+, ν^+. С другой стороны, Пизли [10] отмечает, что вариант* $S - T + P$ обладает определенной симметрией относительно перестановки нейтрона и нейтрино в обычном билинейном выражении

$$\psi_n^* O \psi_p \cdot \psi_{\nu^+}^* O \psi_{e^-};$$

при этой перестановке $S - T + P$ переходит в такую же комбинацию с обратным знаком.

Выяснение варианта даст важные общие сведения о взаимодействии фермионов. Для выбора между $S \pm T$ и $V \pm T$ предложено [12, 11] измерить корреляцию позитрона и нейтрино при 0—0 переходе, когда инвариант T не участвует в процессе. В этом случае следует ожидать наибольшей разницы между двумя вариантами: S дает вероятность испускания, пропорциональную $1 - \frac{v_e}{c} \cos\theta$, V дает $1 + \frac{v_e}{c} \cos\theta$. Единственный надежный случай 0—0 перехода — распад $O_{14} - N_{14}^*$. Однако в этом случае имеется осложнение, связанное с тем, что N_{14}^* высвечивает γ-квант с энергией 2,2 MeV. Добавочный импульс кванта сильно затрудняет определение корреляции направлений позитрона и нейтрино по импульсу ядра отдачи [11]. В последнее время предложено исследование более тяжелых ядер [13, 14]. В этих случаях спин ядра установлен менее надежно и эксперимент труднее.

В настоящей заметке предлагается для выбора между S и V измерить корреляцию позитрона и нейтрино в зеркальных ядрах $N_{13} - C_{13}$ и $O_{15} - N_{15}$. В обоих этих ядрах превращающийся нечетный нуклон находится в состоянии $p_{1/2}$. Магнитные моменты стабильных C_{13} и N_{15} прекрасно совпадают с теоретическим значением соответственно для нуклона и дырки в состоянии $p_{1/2}$ ($\mu_{C_{13}} = 0{,}7023$, вычисленный для нейтрона $p_{1/2}$ — $-\frac{1}{3}\mu_N = 0{,}628$; $\mu_{N_{15}} = -0{,}280$, вычисленный для дырки от протона $p_{1/2}$, т. е. $(p_{1/2})^{-1}$, $\frac{2}{3} - \frac{1}{3}\mu_p = -0{,}272$).

Квадрат матричного элемента $\langle\sigma\rangle^2$ для $p_{1/2}$ (а также и для $(p_{1/2})^{-1}$) равен $\frac{1}{3}$, $\langle 1\rangle^2 = 1$. Так как коэффициенты при $\langle\sigma\rangle^2$ и $\langle 1\rangle^2$ равны, то можно сделать вывод, что при распаде N_{13} и O_{15} 75% превращений идут по правилам отбора Ферми (S или V) и только 25% — по инварианту T. Поэтому исследование корреляции $e - \nu$ в случае ядер в состоянии $p_{1/2}$ почти не отличается от 0 — 0 переходов по чувствительности к замене S на V; преимуществом N_{13} и O_{15} по сравнению с O_{14} является отсутствие γ-лучей.

В N_{13} и O_{15} варианты $S \pm T$ дадут корреляцию $1 - \frac{2}{3} \cdot \frac{v_e}{c} \cos\theta$, варианты $V \pm T$ дадут $1 + \frac{5}{6} \cdot \frac{v_e}{c} \cos\theta$, т. е. сильно различающиеся выражения. Максимальная энергия β^+ равна 1,24 MeV в случае N_{13} и 1,68 MeV — в случае O_{15}. Соответствующая максимальная энергия ядра отдачи равна 117 eV для C_{13} и 164 eV для N_{15}. Розе отмечает большую прочность молекул O_2 и N_2, как фактор, затрудняющий измерение на-

* Наличие или отсутствие P не может быть установлено опытами с легкими ядрами.

правления и энергии ядра отдачи. В действительности следует пользоваться радиоазотом и радиокислородом в виде молекул NH_3 и H_2O; при средних энергиях ядра отдачи 40—80 eV молекула не разорвется и полетит как целое.

Для выяснения следующего вопроса о знаке ($S+T$ или $S-T$, $V+T$ или $V-T$) необходимо измерять поляризацию образующихся электронов.

Тольхук и Грот [15] первые рассмотрели вопрос о поляризации электронов при β-процессе. Они рассматривали распад ориентированных ядер. Ввиду большой трудности приготовления ориентированных ядер можно (помимо изучения поляризованных нейтронов) предложить исследование распада неполяризованных ядер с определением поляризации ядра, образующегося после распада; это возможно в том случае, если за β-процессом каскадно следует испускание γ-кванта или нейтрона. При этом необходимо будет мерить поляризацию γ-кванта или нейтрона; определения направления их вылета недостаточно.

В [15] даны общие формулы поляризации в варианте $V+aT$ с любым a, при любом спине ядра.

Ниже дана таблица, характеризующая поляризацию электронов в простейшем переходе $S_{1/2} \to S_{1/2}$ (или, что то же, в распаде свободного нейтрона) в четырех вариантах $S \pm T$, $V \pm T$. Фиксируется поляризация ядра и электрона по оси Z, рассматриваются отдельно электроны, летящие по оси Z и в X, Y-плоскости; кроме формул даны числа в пределе при

Распад поляризованных и неполяризованных нейтронов

Вариант	Распад поляризованных нейтронов						Распад неполяризованных нейтронов *					
	Движение по оси Z			Движение в плоскости X, Y			Движение по оси Z			Движение в плоскости X, Y		
	формула	$v/c=0$	$v/c=1$	формула	$v/c=0$	$v/c=1$	формула	$v/c=0$	$v/c=1$	формула	$v/c=0$	$v/c=1$
$S+T$	0	0	0	$\frac{E-m}{E+m}$	0	1	1	1	1	1	1	1
$S-T$	1	1	1	1	1	1	∞	∞	∞	$\frac{E+m}{E-m}$	∞	1
$V+T$	$\frac{E-m}{3E+m}$	0	1/3	$\frac{E-m}{3E+m}$	0	1/3	$\frac{3E}{E+m}$	1	3	$\frac{E+m}{3E-m}$	1	1/3
$V-T$	$\frac{E+m}{3E-m}$	1	1/	$\frac{3E-m}{E+m}$	1	3	$\frac{3E+m}{E-m}$	∞	3	$\frac{3E+m}{E-m}$	∞	3

$v_e/c=0$ и $v_e/c=1$. В каждой клетке таблицы дано отношение числа электронов со спиновым моментом, направленным вниз, к числу электронов со спиновым моментом, направленным вверх; E — энергия электрона, включая массу покоя.

Наиболее показательны результаты, относящиеся к нерелятивистскому пределу. Из таблиц следует, что в вариантах $S+T$ и $V+T$ спин (медленного) электрона всегда совпадает со спином β-распадавшегося нейтрона и никак не связан со спином образующегося протона.

В вариантах $S-T$ и $V-T$ спин электрона не связан со спином нейтрона и всегда противоположен спину образовавшегося протона. Рассматривая позитронный распад протона, можно воспользоваться таблицей при операции зарядовой симметрии (замена нейтрона про-

* Поляризация электронов, испускаемых с образованием протона со спином вверх.

тоном с одновременной заменой электрона и ν^{+} на позитрон и ν^{-}) вариант $V+T$ переходит в самого себя так же, как и $V-T$, а вариант $S+T$ переходит в $-S+T$, т. е. (с точностью до несущественного здесь множителя -1) в $S-T$, а $S-T$ переходит в $S+T$.

Следовательно, в варианте $V+T$ спин позитрона связан со спином протона точно так же, как спин электрона связан со спином нейтрона. То же относится к варианту $V-T$; в этом проявляется отмеченная Тольхуком и Гротом симметрия линейных комбинаций $V+T$ и $V-T$. Между тем в варианте $S+T$ для β^{-}-распада (чему отвечает $S+T$ для β^{+}-распада) получается, что и спин электрона и спин позитрона оба связаны только со спином нейтрона и не коррелированы — ни при β^{-}-, ни при β^{+}-процессе — со спином протона.

В варианте $S-T$ (для β^{-}) спин электронов и позитронов связан только со спином протона (совпадает со спином распадающегося протона в случае β^{+} и противоположен ему при образовании протона в случае β^{-}) и не коррелирован со спином нейтрона.

Так конкретно проявляется асимметрия между нейтроном и протоном в β-распаде, возникающая при нарушении принципа Тольхука—Грота.

Очевидно, что обнаружение преимущественной связи заряженных частиц с протоном или нейтроном явилось бы весьма важным для понимания β-процесса. Несмотря на всю трудность ориентации спина ядра или измерения этой ориентации и измерения поляризации электронов, проведение таких опытов весьма желательно для решения наиболее принципиальных вопросов теории β-распада.

Выводы

Для выяснения природы Ферми-взаимодействия в β-распаде (выбор между скалярным S и векторным V взаимодействием) предлагается провести измерение корреляции между электроном и нейтрино при распаде ядер N_{13} и O_{15}, где 75% распадов обусловлены Ферми-взаимодействием и только 25% — тензорным взаимодействием. Для выяснения знака в выражениях $S \pm T$ или $V \pm T$ предлагается измерение поляризации (направления спина) β-частиц. В варианте $S+T$ спин медленных электронов и позитронов связан со спином нейтрона, но не протона, в $S-T$ — только со спином протона, в соответствии с тем, что эти варианты не удовлетворяют принципу зарядовой симметрии.

Институт химической физики
Академии наук СССР

Получена редакцией
11. III. 1954 г.

Цитированная литература

1. Kofoed-Hanson O. a. Winther A., Phys. Rev., **56**, 428 (1952).
2. Davidson I. P. a. Peaslee D. C., Phys. Rev., **91**, 1232 (1953).
3. Arber W. a. Stähelin P., Helv. Phys. Acta, **26**, 433 (1953).
4. Rustad B. M. a. Ruby S. L., Phys. Rev., **89**, 880 (1953).
5. Allen J. S. a. Jentschke W. K., Phys. Rev., **89**, 902 (1953).
6. de Groot S. R. a. Tolhoek H. A., Physica, **16**, 456 (1950).
7. Зельдович Я. Б., ДАН СССР, **89**, 33 (1953).
8. Tanaka S. a. Itô M., Progr. Theor. Phys., **9**, 169 (1953).
9. Reines F. a. Cowan C. L., Phys. Rev., **90**, 492 (1953).
10. Peaslee D. C., Phys. Rev., **91**, 1447 (1953).
11. Rose M. E., Phys. Rev., **90**, 1123 (1953).
12. Blatt J., Phys. Rev., **89**, 83 (1953).
13. Kofoed-Hanson O., Phys. Rev., **92**, 1075 (1953).
14. Stähelin P., Phys. Rev., **92**, 1076 (1953).
15. Tolhoek H. A. a. de Groot S. R., Physica, **18**, 1257 (1953).

Материалы
VIII Всесоюзного совещания по спектроскопии

(Москва, 2—10 июля 1952 г.)

(Продолжение, см. № 5 и 6 журнала за 1953 г.)

ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК СССР

Т. XVIII, № 2 СЕРИЯ ФИЗИЧЕСКАЯ 1954

А. Г. СЕВЕРНЫЙ и Э. Р. МУСТЕЛЬ

ИССЛЕДОВАНИЕ СПЕКТРОВ ХРОМОСФЕРНЫХ ВСПЫШЕК НА СОЛНЦЕ

(Краткое содержание доклада)

Настоящее исследование посвящено анализу спектров хромосферных вспышек. Спектры снимались при помощи спектрогелиоскопа Симеизской обсерватории, преобразованного так, что он может служить одновременно и спектрографом. За 1948—1951 гг. получено несколько десятков спектров хромосферных вспышек, из которых наибольший интерес представляет большая хромосферная вспышка, наблюдавшаяся 5.VIII.1949; она сопровождалась 10-минутным прекращением радиоприема на коротких волнах и резким усилением радиоизлучения Солнца. Было обработано 17 стандартизованных спектрограмм.

Изучение характера линий в спектре вспышек позволило построить контуры линий излучения бальмеровской серии. Полученный таким образом материал дал возможность объяснить аномально большую ширину линии H_α в спектрах вспышек при одновременно значительно меньших ширинах остальных линий бальмеровской серии. Оказалось, что контур линии H_α определяется затуханием вследствие излучения, тогда как контур линии H_γ, H_δ, H_ε, H_ζ, . . . — межмолекулярным эффектом Штарка. Таким образом, впервые установлен случай, когда контур линий H_α в излучении определяется затуханием вследствие излучения.

Исходя из только что указанного положения, было определено число излучающих и поглощающих атомов водорода во вспышке, а также среднее электронное давление внутри вспышки.

Полученные числа дали возможность построить теоретические контуры двух первых линий лаймановской серии L_α, L_β в спектре вспышки. Было найдено, что ширина и интенсивность линии L_α таковы, что энергии L_α вполне достаточно для того, чтобы произвести наблюдаемое усиление ионизации в ионосфере. Кроме того, этой энергии достаточно также для выброса из вспышки под действием светового давления атомов водорода со скоростями до 1000—2000 км сек$^{-1}$.

Крымская астрофизическая обсерватория
Академии наук СССР

Н. Б. КАЛАНДАДЗЕ и Р. А. БАРТАЯ

О СПЕКТРАЛЬНЫХ ОПРЕДЕЛЕНИЯХ АБСОЛЮТНЫХ ВЕЛИЧИН СЛАБЫХ ЗВЕЗД В АБАСТУМАНСКОЙ АСТРОФИЗИЧЕСКОЙ ОБСЕРВАТОРИИ

(Краткое содержание доклада)

Для определения абсолютных величин слабых звезд авторами был применен метод измерения отношения интенсивностей спектральных линий с некоторыми изменениями в соответствии с возможностями аппаратуры.

Фотографирование велось с 16-градусной объективной призмой перед 20-сантиметровым объективом камеры со светосилой 1 : 5, смонтированной на 40-сантиметровом рефракторе обсерватории. Дисперсия получаемых спектрограмм равнялась 115 Å мм$^{-1}$ около линии H_δ.

Для звезд поздних спектральных классов G и K основными критериями являются полосы, обусловленные поглощением CN в участке спектра $\lambda = 4144 \div 4215$ Å. Измерялись интенсивности трех полос с центрами около $\lambda = 4200$, 4176, 4155, интенсивность которых сравнивалась с постоянной интенсивностью непрерыв-

ного спектра между линиями $\lambda = 4215$ и 4226. К указанным отношениям интенсивностей было еще прибавлено отношение интенсивностей непрерывных участков спектра $\lambda = 4215 \div 4226$ и $\lambda = 4205 \div 4215$.

Интенсивности определялись по характеристическим кривым, построенным при помощи 6-ступенчатой щели на щелевом спектрографе.

Для построения редукционных кривых служили стандартные звезды с известными тригонометрическими и спектральными параллаксами по сводному каталогу П. П. Паренаго. Исследования показали, что с изменением спектрального класса звезд поглощение CN меняется незначительно.

Результаты показали пригодность метода для звезд до 9-й звездной величины.

До настоящего времени в 25 площадках Каптейна определены абсолютные величины около 400 звезд классов G и K. Для каждой звезды абсолютная величина определялась от 4 до 20 раз из четырех редукционных кривых. Затем из всех определений бралось среднее значение.

Вероятная ошибка, вычисленная обычным способом для 280 звезд по определениям последнего периода, оказалась равной $\pm 0^m,19$, что указывает на хорошее внутреннее согласие наших результатов. Сравнение с тригонометрическими параллаксами 47 звезд для наших значений абсолютных величин дало среднюю квадратическую ошибку, равную $\pm 0^m,43$. Среднее отклонение разности $M_{абс} - M_{трг}$ оказалось равным $+0^m,71$.

При определении абсолютных величин звезд подклассов B5 $\div$ A7 было использовано поглощение линий Бальмера. Так как измерение полного поглощения в спектральных линиях требует построения контура линии и очень замедляет работу, мы решили для массовых определений применить в качестве критерия абсолютной величины поглощение некоторой полоски в линиях, с шириной в среднем 18 Å.

Измерение велось при относительно широкой щели, которая одновременно вырезала из измеряемого участка спектра полоску указанной ширины.

Для построения редукционных кривых мы использовали соотношения:

$$\frac{N_1}{H_\gamma}, \quad \frac{N_2}{H_\delta} \quad \text{и} \quad \frac{N_3}{H_\varepsilon},$$

где

$$N_1 = \frac{I_{4280} - I_{4405}}{2}, \quad N_2 = \frac{I_{4405} - I_{4160}}{2}, \quad N_3 = I_{4020},$$

$$H_\gamma = I_{H_\gamma}, \quad H_\delta = I_{H_\delta} \quad \text{и} \quad H_\varepsilon = I_{H_\varepsilon}.$$

Так как интенсивность бальмеровых линий зависит и от спектрального типа, то для исключения влияния этой зависимости область B5 $\div$ A7 была разбита на области B5 $\div$ B9 и A0 $\div$ A7 и к каждой в отдельности применена формула (предложенная В. А. Амбарцумяном): $M_{Bi} = f_{B7}(N_l) + k(Bi - B7)$ (формула написана для области B5 $\div$ B9, N_l — одно из приведенных выше соотношений), где член $k(Bi - B7)$ дает поправку - за спектральный класс. Эта формула дает возможность при помощи стандартных звезд подклассов B5 $\div$ B9 построить редукционную кривую подкласса B7 и затем, применяя опять эту же формулу и редукционную кривую подкласса B7, получить для исследуемой звезды данного спектрального подкласса в области B5 $\div$ B9 такое значение M, какое дала бы редукционная кривая, соответствующая этому спектральному подклассу.

К настоящему времени* нами определены абсолютные величины 233 звезд классов B и A.

Малая величина вероятной ошибки определения ($\rho = \pm 0^m,09$) указывает на отличное внутреннее согласие получаемых значений абсолютных величин. Среднее отклонение разности $M_{абс} - M_{трг}$ равняется $\pm 0^m,3$.

Было интересно, как указал Г. А. Шайн, пользуясь полученными данными, найти эмпирическую зависимость между эквивалентной шириной бальмеровых линий E_λ, поверхностной температурой T_0 и ускорением силы тяжести g и сопоставить ее с теоретическими данными Вервея.

При помощи данных Гюнтера была найдена связь между соотношениями $\frac{N_1}{H_\gamma}$, $\frac{N_2}{H_\delta}$, $\frac{N_3}{H_\varepsilon}$ и полными поглощениями или эквивалентными ширинами бальмеровых линий.

Для нахождения g была использована известная номограмма, по которой можно по данной эффективной температуре $T_э$ и болометрической абсолютной

* Времени чтения доклада на Совещании.

еличине M_δ ($M_\delta = M_B + \Delta m_\delta$) найти $\lg g$. Для значений $T_э$ и Δm_δ были применены данные, известные по литературе. M_B взято из наших определений.

Таким образом для всех 233 звезд были вычислены E_λ и $\lg g$. Затем звезды были сгруппированы по спектральным подклассам (T_0) и по $\lg g$, следовательно, для каждой группы рассматривались средние значения E_λ. $T_э$ была переведена в T_0 по известному соотношению $T_0 = \frac{T_э}{\sqrt[4]{2}}$.

Эмпирическая зависимость между указанными тремя величинами (E_λ, $\lg g$ и T_0) ясно показывает качественное согласие теории с наблюдениями.

Абастуманская обсерватория приступила к планомерным работам в области определения спектральных абсолютных величин относительно слабых звезд и ранних спектральных классов B и A.

С. Э. ФРИШ

КОЛИЧЕСТВЕННЫЙ СПЕКТРАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ ГАЗОВЫХ СМЕСЕЙ

(Краткое содержание доклада)

Работа имеет обзорный характер и посвящена рассмотрению некоторых методических вопросов, связанных с количественным анализом газовых смесей при помощи описанной ранее методики, основанной на использовании высокочастотного разряда при низком давлении в кварцевой трубке с внешними электродами.

Одна из основных трудностей — изменение в процессе анализа состава газовой смеси за счет адсорбции и выделения газов стенками разрядной трубки. На примере смеси Ne + He автор показал, что этот эффект особенно силен при использовании бывших в употреблении стеклянных трубок, однако он имеет место и при работе с кварцевыми трубками. Автор рекомендует перед анализом в течение нескольких минут вести разряд в смеси газов, близкой по составу к анализируемой, затем откачать трубку, заполнить ее анализируемой смесью, возбудить свечение и начать съемку спектра лишь через некоторое время после включения разряда (аналогично «обыскриванию» при анализе металлов).

Второй важный вопрос — создание оптимальных условий для возбуждения спектра анализируемых примесей. Существенное влияние на перераспределение интенсивности линий различных компонентов смеси и различных линий одного компонента в спектре газовой смеси оказывает изменение давления в разрядной трубке и плотности тока. При низких давлениях, а также при больших плотностях тока относительно интенсивнее линии трудно возбудимого компонента, при высоких давлениях, а также при малых плотностях тока — наоборот, легко возбудимого компонента. Автор рекомендует применение трубки, имеющей в средней части переменное сечение. Весьма большое влияние на отношение интенсивностей линий компонентов смеси оказывает толщина светящегося слоя из-за влияния реабсорбции.

Далее автор указывает на сильное влияние состава смеси на условия разряда. На этом явлении, в частности, может быть основан метод анализа смеси гелий — аргон, состоящий в измерении разности почернений дуговой и искровой линий аргона. Автор дает схему построения методики анализа тройной смеси газов, обеспечивающую точность анализа порядка 3—5 %.

Физический институт
Ленинградского гос. университета
им. А. А. Жданова

Л. А. ВАЙНШТЕЙН и Б. М. ЯВОРСКИЙ

ПРИБЛИЖЕННЫЙ МЕТОД ВЫЧИСЛЕНИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ ОПТИЧЕСКИХ ПЕРЕХОДОВ

Работа опубликована в ДАН СССР, 87, 919 (1952).

О. П. БОЧКОВА

АБСОРБЦИОННЫЙ МЕТОД АНАЛИЗА ДВУХКОМПОНЕНТНЫХ СМЕСЕЙ ГАЗА

(Краткое содержание доклада)

Концентрация возбужденных атомов в интертных газах (особенно метастабильных) уменьшается с увеличением концентрации примесей с более низкими потенциалами возбуждения и ионизации. Так, например, по наблюдениям автора, добавка аргона в неон существенно снижает концентрацию атомов неона, находящихся в метастабильных состояниях 3^3P_0 и 3^3P_2 и в состояниях 3^1P_1 и 3^3P_1. Поглощение этой смесью газов линий неона, возникающих при переходах на указанные уровни, уменьшается с увеличением концентрации аргона. Зависимость величин поглощения линий, излучаемых при переходах на возбужденные уровни, от концентрации примесей, обнаруженная и для других смесей, позволяет производить абсорбционный спектральный анализ газовых смесей. Этот метод был испытан на смесях: гелий — аргон, гелий — азот, неон — азот, аргон — азот. Концентрация примеси аргона и азота менялась от 0,1 % до нескольких процентов.

Установка для такого анализа включает: 1) две разрядные трубки с внутренними электродами — эмиссионную с чистым инертным газом и абсорбционную с исследуемой смесью газов, питаемые от выпрямителя с напряжением в 1,5 kV; 2) интерференционные светофильтры или черный фильтр для выделения поглощаемого газом излучения; 3) фотоэлектронный умножитель с кислородно-цезиевым катодом с однокаскадным усилителем, собранным по мостовой схеме; 4) гальванометр с чувствительностью к току 10^{-6} А; 5) два конденсора, один из которых направляет параллельный пучок света на абсорбционную трубку, а другой — фокусирует свет, прошедший через эту трубку и светофильтр на фотокатод умножителя.

Давление газа в трубках составляло от одного до нескольких миллиметров рт.ст., токи равнялись нескольким десяткам миллиампер.

Концентрация примеси определялась по графикам, построенным в координатах: поглощение A (в %), концентрация примеси C (в %), где $A = \frac{I_а + I_э - I_0}{I_э} \cdot 100$, $I_а$ — интенсивность излучения абсорбционной разрядной трубки, заполненной смесью газов, $I_э$ — интенсивность излучения эмиссионной трубки, I_0 — интенсивность излучения абсорбционной и эмиссионной разрядных трубок при одновременном свечении.

Вероятная ошибка единичного определения 3,5—7,5 %. Чувствительность определения азота в аргоне при соответствующем подборе давления в абсорбционной трубке может быть увеличена до 0,06 %.

Физический институт
Ленинградского гос. университета
им. А. А. Жданова

Ю. А. КУШНИКОВ

ВЛИЯНИЕ АЗОТА НА СПЕКТР ПОГЛОЩЕНИЯ ПАРОВ РТУТИ

(Краткое содержание доклада)

Расширение линий атома металлов при ван-дер-ваальсовском взаимодействии с молекулами на большом расстоянии от центра линии принципиально аналогично молекулярному континууму; исследование этого континуума дает ценные сведения об изменении электронных состояний атомов и молекул при их взаимодействии.

Автором экспериментально изучался спектр поглощения паров ртути в смеси с азотом при давлении ртути 1—2 мм и азота 200—700 мм рт. ст., при температурах 200÷260° С и 1100÷1300° С. Измерялась окрестность линии ртути $\lambda = 2536{,}5$ Å на расстояниях от 30 до 600—700 см$^{-1}$ от центра. Контур линии асимметричен — он имеет слабый широкий максимум в интервале 2526÷2582 Å на коротковолновой стороне и монотонный спад на длинноволновой. При температуре 220—260° С площадь под контуром линии отнесена к произведению числа атомов ртути и молекул азота. С коротковолновой стороны это отношение составляет $(16{,}2 \pm 0{,}5) \cdot 10^{-24}$ и с длинноволновой стороны $(7{,}7 \pm 0{,}3) \cdot 10^{-24}$. При повышении температуры до 1200—1300° С площадь поглощения в крыльях линии снижается на 8 %. Результат опытов можно

объяснить, если предположить, что, кроме поглощения атомов Hg, находящихся в состоянии столкновения с молекулами N_2 (квазимолекулы), имелось также поглощение атомов Hg, образующих относительно устойчивые комплексы состава HgN_2 (ван-дер-ваальсовские молекулы). Автором произведен теоретический расчет концентрации тех и других атомов Hg; результаты расчета находятся в хорошем согласии с экспериментальными данными.

Институт химических наук
Академии наук Каз. ССР

А. М. ШУХТИН

ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОНЦЕНТРАЦИЙ НОРМАЛЬНЫХ АТОМОВ В РАЗРЯДЕ

(Краткое содержание доклада)

Концентрация нормальных атомов N играет важную роль в процессе газового разряда. Величина N может оказаться различной в зависимости от того, в каком месте газоразрядного прибора она измеряется. Применяемые до сих пор методы измерения фактически позволяют определить эту величину в объемах, не заполненных разрядом.

В настоящей работе определение концентрации нормальных атомов в положительном столбе электрического разряда в парах цезия и ртути выполнено методом крюков Д. С. Рождественского. Основные измерения выполнены с парами цезия.

В интерферометр Рождественского вводилась разрядная трубка специальной формы с плоскопараллельными окошками. Измерения производились по крюкам около линий второго дублета главной серии цезия $\lambda_1 = 4555$ Å и $\lambda_2 = 4593$ Å. Плотность паров в отсутствие разряда устанавливалась нагреванием отростка трубки, содержащего цезий, до определенной температуры, которая поддерживалась во время опыта постоянной. Отношения числа нормальных атомов в условиях разряда N_i к числу нормальных атомов в отсутствие разряда N_0 приведены в таблице.

Температура отростка с цезием, °C	Значения N_0	Значения $\frac{N_i}{N_0}$ при различных токах (в амперах)							
		0,2	0,25	0,5	1,	2,0	3,5	5	7,5
149	$2,1 \cdot 10^{14}$	—	0,93	0,92	—	0,73	0,58	0,45	—
151	$3,5 \cdot 10^{14}$	0,98	—	0,92	0,85	0,71	0,45	0,33	—
200	$1,7—1,9 \cdot 10^{15}$	—	0,88	0,85	0,73	0,59	0,41	0,31	0,15
~201	$2,3—2,4 \cdot 10^{15}$	0,86	—	0,80	0,71	0,54	0,36	0,31	—

Из таблицы видно, что возникновение разряда сопровождается уменьшением концентрации нормальных атомов в разрядном промежутке. Отношение $\frac{N_i}{N_0}$ падает с ростом разрядного тока и температуры металла, задающей упругость пара.

Измерения в парах ртути выполнены по крюкам около линии $\lambda = 2537$ Å. Разрядные токи менялись в пределах $0,5 \div 2$ А, а температура отростка с жидкой ртутью — в пределах $79 \div 147°$ C, т. е. упругость пара менялась от ~0,09 до ~2,5 мм рт. ст. Полученные автором фотографии с несомненностью показывают, что и в случае разряда в парах ртути включение разрядного тока сопровождается уменьшением плотности пара. Как и в цезии, плотность пара уменьшается с ростом тока, причем с увеличением температуры ртути, задающей упругость пара, эффект становится более заметным.

Уменьшение концентрации нормальных атомов в разрядном промежутке может быть обусловлено рядом факторов: повышением температуры газа под влиянием разряда, действием электрических сил, вызывающих направленное движение атомов, влиянием ионизации и возбуждения газа, химическими реакциями.

Ионы и возбужденные атомы в нашем опыте составляли всего несколько процентов от общего числа частиц в разрядном промежутке. Не оправдалось также предположение об образовании молекул Cs_2 под действием разряда: нам не удалось обнаружить молекулярные полосы ни в испускании, ни в поглощении. Повышение активности взаимодействия цезия со стенками стеклянной трубки под действием разряда не

могло служить основной причиной уменьшения плотности пара в разряде. Этот эффект должен был бы увеличиваться с уменьшением первоначальной плотности пара, чего в действительности не наблюдается. Опыты с парами ртути, повидимому, подтверждают предположение о том, что и химические взаимодействия не являются основной причиной уменьшения плотности пара в разряде. Наблюдающееся уменьшение плотности пара также нельзя объяснить повышением температуры газа. Оценка роли продольного и радиального градиентов плотности газа показывает, что в условиях опыта она, повидимому, невелика. Но вопрос о распределении плотности паров в разрядной трубке, равно как и причины, вызывающие разрежение, требуют дополнительного изучения.

Физический институт
Ленинградского гос. университета
им. А. А. Жданова

В. М. ЗАХАРОВА и Ю. М. КАГАН

СПЕКТРОСКОПИЧЕСКОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ЭЛЕКТРОНОВ ПО СКОРОСТЯМ В ПОЛОЖИТЕЛЬНОМ СТОЛБЕ ГАЗОВОГО РАЗРЯДА

(Краткое содержание доклада)

Обычная зондовая методика дает лишь возможность определять электронные температуры и концентрации электронов при равновесном распределении электронов по скоростям. Применение ее в общих случаях связано с большими трудностями. Поэтому распределение электронов по скоростям, особенно в области больших скоростей, играющих существенную роль при возбуждении и ионизации атомов, экспериментально изучено недостаточно.

Нам кажется, что применение спектроскопической методики может дать сведения о распределении скоростей быстрых электронов. Если условия разряда таковы, что вторичные процессы роли не играют, то, измеряя относительные интенсивности линий вдоль серии и применяя метод расчета, предложенный В. А. Фабрикантом [1], можно обнаружить отступления от максвелловского распределения электронов по скоростям.

Исследования выполнены в положительном столбе разряда в смеси паров натрия ($P_{Na} = 1{,}3 \cdot 10^{-4} \div 1{,}3 \cdot 10^{-2}$ мм рт. ст.) с гелием ($P_{He} = 2{,}95$ мм рт. ст.) при силе разрядного тока $10 \div 90$ mA. Мы измеряли интенсивности линий резкой и диффузной серий натрия и строили кривые распределения интенсивностей линий вдоль серий, вычисленные теоретически и полученные экспериментально. Из графиков видно, что при давлениях $1{,}3 \cdot 10^{-4}$ и $4 \cdot 10^{-4}$ мм рт. ст. наблюдается значительное расхождение между теоретическими и экспериментальными кривыми, которое можно истолковать, предположив, что в этих условиях разряда распределение электронов по скоростям отличается от максвелловского — имеется недостаток быстрых электронов. При давлении $1{,}3 \cdot 10^{-2}$ мм рт. ст. вычисленные и экспериментальные кривые совпадают в пределах ошибок опыта.

Физический институт
Ленинградского гос. университета
им. А. А. Жданова

Цитированная литература

1. Фабрикант В. А., Труды ВЭИ, *41*, 236 (1941).

О. П. СЕМЕНОВА

ПЕРЕРАСПРЕДЕЛЕНИЕ ИНТЕНСИВНОСТИ В СПЕКТРАХ Zn и Ca В ЗАВИСИМОСТИ ОТ ДАВЛЕНИЯ

(Краткое содержание доклада)

Работа поставлена с целью изучения возможности селективного воздействия на интенсивности отдельных спектральных линий в неравновесных условиях разряда за счет влияния вторичных процессов (в частности, ступенчатого возбуждения) и за счет особенностей возбуждения.

Удобными объектами для исследования оказались спектры Zn и Ca, так как атомы Zn и Ca обладают метастабильными уровнями, благодаря которым можно ожидать влияния ступенчатых процессов на возбуждение целого ряда линий. Кроме того, функции возбуждения одиночных и тройных линий резко различаются между собой. Эти особенности в возбуждении различных линий Zn и Ca должны были проявиться при нарушении термодинамического равновесия.

Неравновесные условия разряда были осуществлены в вакуумной дуге в интервале давлений 40 ÷ 500 мм рт. ст. при силе тока 8 А и в установке для исследования тлеющего разряда в интервале давлений 50 ÷ 350 мм рт. ст. при силе тока 300 mA.

Методика исследования перераспределения интенсивности I_i спектральных линий Zn и Ca при изменении давления состояла в установлении зависимости $\ln \frac{I_{ik}}{I_{i0}}$ от энергии возбуждения спектральных линий (где I_{ik} соответствует давлению P_k, I_{i0} — давлению P_0). В случае применимости закона Больцмана для описания интенсивности спектральных линий при P_k и P_0, $\ln \frac{I_{ik}}{I_{i0}}$ должны зависеть линейно от энергии возбуждения этих линий.

В результате опытов установлено, что интенсивности исследованных линий Zn, начинающихся с тройных уровней $^3S_1$, $^3D_1$, $^3D_2$, $^3D_3$, укладываются на одну общую прямую для интервала давлений 350 ÷ 50 мм рт. ст. Это означает, что интенсивности этих линий могут быть описаны законом Больцмана во всем исследованном интервале давлений. При давлении 350 мм интенсивности линий, начинающихся с уровней $^1S_0$ и $^1D_2$, не укладываются на ту же прямую, что и линии, начинающиеся с тройных уровней.

Интенсивности спектральных линий Ca, исходящих как с тройных, так и с одиночных уровней Ca, довольно хорошо укладываются на одну прямую для давлений 400, 300 и 200 мм рт. ст. Начиная с давления 100 мм и ниже наступает резкое отклонение от прямой для некоторых линий Ca, прежде всего для аномальных линий.

Различное поведение интенсивностей спектральных линий, начинающихся с одиночных и тройных уровней, следует объяснить большой ролью ступенчатых процессов в возбуждении спектральных линий второго типа.

Сибирский
физико-технический институт
при
Томском гос. университете
им. В. В. Куйбышева

Г. А. ГОРОДНИЧУС

ВЛИЯНИЕ ТЕМПЕРАТУРЫ НА УДАРНОЕ РАСШИРЕНИЕ РЕЗОНАНСНОЙ ЛИНИИ РТУТИ

(Краткое содержание доклада)

Согласно классической теории ударного расширения спектральной линии, полуширина линии $\gamma \sim T^{1/2}$ (T — температура газа), или, учитывая скорость атомов, $\gamma \sim T^{3/10}$. Экспериментальное исследование влияния температуры на ударное расширение линии 2537 Å ртути гелием при постоянной концентрации газов [1] показало, в противоположность ранее полученным результатам с водородом [2], что при увеличении температуры в пределах ~400 ÷ ~1200° К ширина линии, в границах экспериментальных ошибок, оставалась постоянной.

Дальнейший интерес представляло исследование влияния температуры на расширение этой линии другими, более тяжелыми, газами и прежде всего уточнение результатов, полученных для аргона [3].

Это исследование производилось методом фотографической фотометрии путем сравнения так называемой «полной абсорбции» [4] при низкой и высокой температурах. Длина абсорбционной трубы — 150 см, концентрация атомов ртути — $4{,}9 \cdot 10^{11}$ см$^{-3}$ (насыщенные пары при 53° С $P_{Hg} = 0{,}0165$ мм), концентрация аргона — $1{,}4 \cdot 10^{19}$ см$^{-3}$ (давление при 0° С $P_{Ar} = 394$ мм рт. ст.). Источником сплошного спектра служила водородная лампа. Абсорбционный спектр снимался автоколлимационным кварцевым спектрографом. Однако при наших условиях опыта сверхтонкая структура линии 2537 Å не разрешалась, и линию можно было считать гладкой.

Результаты исследования показывают, что при увеличении температуры в пределах $\sim 450 \div \sim 1260°$ K полуширина линии увеличивается на 10 ± 4 %. Это резко расходится с предсказаниями теории, согласно которой должно было бы наблюдаться увеличение ширины на 67 %, или, при учете скоростей атомов, на 36 %.

Автор исследовал также изменение асимметрии линии 2537 Å и ее смещение. При повышении температуры с $\sim 200°$ до $\sim 1000°$ C асимметрия линии уменьшается приблизительно на 10 %. При повышении температуры от 140—170° до 990—1010° C положение линии на спектре не меняется с точностью до 0,02 Å.

Вильнюсский гос. университет

Цитированная литература

1. Horodniczy H. a. Jabłoński A., Nature, 142, 1122 (1938).
2. Orthmann W., Ann. der Phys., 78, 601 (1925).
3. Horodniczy H. a. Jabłoński A., Nature, 144, 594 (1939).
4. Митчелл А. и Земанский М., Резонансное излучение и возбужденные атомы.— ГТТИ, М.— Л., 1937.

В. В. КАНДЫБА

ОБ ИЗЛУЧАТЕЛЬНОЙ СПОСОБНОСТИ СПЕКТРАЛЬНЫХ ЛИНИЙ ПАРОВ МЕТАЛЛА В ПЛАМЕНИ

(Краткое содержание доклада)

Автор исследовал соответствие между интенсивностью центральной части спектральной линии, излучаемой парами металла в пламени при больших его концентрациях, и интенсивностью излучения черного тела, т. е. вопрос об излучательной способности линии. Для этой цели он изучал зависимость интенсивности резонансных линий натрия $\lambda = 5890—5896$ Å от концентрации атомов Na в пламени, определял формы контуров линий и интенсивности этих линий непосредственно сравнивал с интенсивностью излучения черного тела; самообращение линий было устранено. Исследования выполнены на спектральной установке с вогнутой диффракционной решеткой фотографическим и фотоэлектрическим методами. Дополнительные наблюдения проводились при помощи эталона Фабри—Перро.

Автором было установлено, что при больших концентрациях излучающих атомов интенсивность центральной части линии достигает насыщения; при этом обе компоненты дублета имеют одинаковую интенсивность, а их контуры приобретают на вершине «площадку» порядка 0,1—0,2 Å. С излучением черного тела сравнивалось излучение линии, ограниченное этой площадкой.

Полученные данные приводят автора к выводу, что интенсивность излучения центральной части линий натрия в пламени при условиях опыта, т. е. при температурах пламени порядка 2000° C и концентрациях порядка 10^{13} атомов в 1 $см^3$ пламени, практически равна интенсивности излучения черного тела и, таким образом, может служить мерой температуры пламени.

Измерения, выполненные по линиям калия, дали совпадающие результаты.

Харьковский гос. институт
мер и измерительных приборов

В. Д. МИХАЛЕВСКИЙ и К. Н. МОЧАЛОВ

СПЕКТРОСКОПИЧЕСКОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ СВЕЧЕНИЯ ФАКЕЛЬНОГО РАЗРЯДА И ЕГО ТЕМПЕРАТУРЫ

(Краткое содержание доклада)

Факельный разряд — малоизученная форма высокочастотного разряда — возникает на одном электроде при частоте $10^7—10^8$ Hz и давлениях от долей миллиметра до нескольких атмосфер. Задача настоящей работы — спектроскопическое определение температуры такого разряда, ее распределения по высоте факела и ее зависимости от частоты. Измерения температуры производились по распределению интенсивности линий ветви Q_1 вращательной структуры полосы OH $\lambda = 3064$ Å и по относитель-

ной интенсивности атомных линий олова. Факел высотой 20 см (при мощности 1—2 kW) отображался на щель спектрографа ИСП-22.

Измерения температуры по гидроксилу выполнены при частотах $4{,}41 \cdot 10^7$, $3{,}54 \cdot 10^7$, $3{,}15 \cdot 10^7$ Hz и для различных участков факела по высоте, через каждые 10 мм, начиная от электрода до высоты 120 мм. Полученные температурные кривые носят одинаковый характер и имеют два максимума: первый — на высоте 10 мм над электродом, он составляет около 3900° К, второй — на высоте 80—90 мм. В минимуме температура на 400—700° ниже, чем в первом максимуме. Температура самой верхней части факела измерена ранее [1] по методу обращения спектральных линий Na, Li, Tl; на границе светимости факела она достигает 2000° К и постепенно повышается по направлению в глубь зоны разряда. Эти данные согласуются с измерениями по гидроксилу и дополняют их. Авторы обнаружили, что температура факельного разряда повышается с возрастанием частоты и питающего тока.

При измерениях по линиям олова применялись электроды из сплавов меди с 1—5 % Sn. При содержании 1 % Sn получены значения температур 6400—5000° К, которые превышают значения, полученные по гидроксилу для тех же расстояний от электрода. Причина расхождения пока не установлена.

Казанский
химико-технологический институт
им. С. М. Кирова

Цитированная литература

1. Мочалов К. Н., Никифоров А. Я. и Богоносцев А. С., ЖЭТФ, **20**, *5*, 474 (1950).

М. М. НОСКОВ и Г. П. СКОРНЯКОВ

О НЕКОТОРЫХ ОСОБЕННОСТЯХ СТРОЕНИЯ ОБЛАКА ДУГОВОГО РАЗРЯДА

(Краткое содержание доклада)

Целью настоящей работы являлось выяснение механизма влияния подставного электрода на относительную интенсивность линий основного материала электродов дуги, чувствительность и точность спектрального анализа. Изучались: 1) зависимость распределения интенсивностей отдельных линий вдоль облака дуги в случае одинаковых медных электродов и в тех случаях, когда один из электродов сделан из C, Al, Mg, Zn, Fe, Mo, Ni и W; 2) влияние материала противоэлектрода на условия возбуждения (температуру источника) и 3) явление переноса материала электродов во время разряда. Исследования производились при помощи бесщелевого спектрографа, выполненного в двух вариантах — для визуальных и фотографических наблюдений. Применялась зеркальная осветительная система.

В результате исследования установлено: 1) В том случае, когда дуга горит между медными электродами (ток 3 А, расстояние между электродами 4 мм, время экспозиции 1/200 сек), имеет место резко выраженное приэлектродное усиление линий меди: CuI 5153, 24 Å (6,19 eV) и CuI 5218 Å (6,19 eV) и менее выраженное усиление линии CuI 5105,54 Å (3,8 eV). В тех случаях, когда анодом является один из перечисленных выше элементов, излучение меди (катода) концентрируется преимущественно у медного электрода, служащего катодом; вблизи анода излучение меди отсутствует. В том случае, когда противоэлектроды сделаны из Si, Zn, Mo, Al, W, медь испаряется меньше, чем в случае Mg, Ni, Fe, C. Можно предположить, что в последнем случае поступление материала катода в облако дуги затруднено из-за переноса на катод окислов металлов.

2) В том случае, когда анод — медь, распределение излучения меди равномерное и у обоих электродов наблюдаются интенсивные линии Cu. В этом случае противоэлектрод не влияет ни на интенсивность линий меди, ни на ее распределение вдоль столба дуги.

3) Температура в приэлектродных участках столба дуги достигает 8000° К (рассчитана по формуле Больцмана по линиям CuI 5105,54 Å и CuI 5153,24 Å); в середине столба она значительно ниже. Относительные интенсивности линий меди зависят от природы противоэлектрода и от его полярности.

4) Обнаружено, что медь переносится с анода на катод. В случае железного или никелевого противоэлектродов перенос их вещества сильнее, когда они являются катодами.

Институт физики металлов
Уральского филиала АН СССР

Я. Д. РАЙХБАУМ и А. Г. КРЕСТЬЯНИНОВ

К ВОПРОСУ ОБ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ЭРОЗИИ МЕТАЛЛОВ В ИСКРОВОМ РАЗРЯДЕ

(Краткое содержание доклада)

Излагаются результаты некоторых опытов, поставленных с целью изучения процессов распыления различных металлов в искровом разряде. За меру электрической эрозии в искровом разряде была принята средняя потеря веса образца в единицу времени. Образцы металлов определенной формы и размеров весом 0,2÷2,0 г подвергались обыскриванию при строго контролируемых условиях разряда. Для лучшей воспроизводимости результатов обыскриваемые образцы охлаждались водой, кроме того, в некоторых случаях во избежание окисления образцов разряд происходил в специальном сосуде, через который пропускалась струя водорода. Было установлено, что величина эрозии имеет устойчивое значение для каждого металла и определяется характером разряда. При работе с генератором, собранным по сложной схеме, $V = 15$ kV, $C = 0{,}005$ μF, $L = 0{,}25$ mH, задающий промежуток — 2 мм, величина рабочего промежутка менялась. Исследованные металлы по величине получающейся при разряде эрозии располагаются в следующий ряд: Bi, Pb, Tl, Sn, Cd, Au, Ga, Zn, Pt, Ag, Cu, W, Fe, Ni, Mo, Al, Be, причем для Bi эрозия имеет максимальное значение, а для Be — минимальное.

Вычисление коэффициентов линейной корреляции между величиной эрозии и основными термическими константами показало, что наибольшая корреляция наблюдается между разностью теплосодержаний (ΔH) твердой и газообразной фаз металла, с одной стороны, и характеристической температурой (θ) металла, с другой Коэффициент корреляции для логарифмов этих величин имел значение 0,8—0,9, в то время как коэффициент корреляции для температур плавления и кипения лежал в пределах 0,25—0,30. Влияния окисления металла на величину эрозии в искровом режиме авторы не обнаружили. При разряде генератора ДГ-1, работающего в искровом режиме, характер зависимости эрозии от термических констан- изменяется: коэффициент корреляции для температур кипения и плавления возрастает до 0,5—0,7 и для ΔH и θ снижается до 0,6—0,7.

Н. К. РУДНЕВСКИЙ и Г. А. МУХИН

НЕКОТОРЫЕ ОСОБЕННОСТИ ПОСТУПЛЕНИЯ АЛЮМИНИЯ И КРЕМНИЯ В РАЗРЯД ДУГИ ПРИ ИЗМЕНЕНИИ СОСТАВА ДВОЙНОГО АЛЮМИНИЕВО-КРЕМНИЕВОГО СПЛАВА

(Краткое содержание доклада)

Ранее [1] одним из авторов было показано, что при анализе Al-Si-сплавов в дуге переменного тока с увеличением концентрации Si возрастает абсолютная интенсивность ряда дуговых линий алюминия. Это побудило авторов заняться изучением механизма поступления пробы в разряд дуги переменного тока. Исследовались двойные Al-Si-сплавы, содержащие 0,55÷18,24% Si.

Изучение размеров и формы дугового пятна показало, что с возрастанием содержания Si в исследуемом интервале концентраций увеличивается площадь пятна и глубина отдельных кратеров. Это могло служить доказательством увеличения поступления вещества сплава в дугу с ростом концентрации Si. Об этом же свидетельствовало количество образовавшихся на постоянных электродах окислов алюминия и кремния.

Далее авторы исследовали количество вещества сплава, переносимого на постоянный угольный электрод. Перенос осуществлялся в одинаковых условиях на 30 электродов. Это позволило получить большое количество окислов и усреднить наблюдаемые результаты. Окислы прокаливались для удаления угля и взвешивались. Установлена линейная зависимость между весом окислов и временем горения дуги (до 120 сек). С возрастанием концентрации Si поступление вещества сплава в дуговой промежуток происходило более интенсивно.

Изучение зависимости количества перенесенных на угольный электрод окислов алюминия и кремния от содержания Al и Si в сплаве выполнялось при следующих условиях: время экспозиции — 40 сек, дуговой промежуток — 2,5 мм, сила тока — 5 А. Для определения количества тех и других окислов их смесь анализировалась на содержание Al и Si. Из этих опытов следует, что с увеличением концентрации Si в сплаве возрастает количество окислов кремния и алюминия, перенесенных на угольный электрод. Таким образом, между содержанием Al в сплаве и числом его атомов

в дуге нет обычно принимаемой прямой зависимости. Можно было также заключить, что возрастание числа атомов алюминия, попадающих на противоэлектрод, происходит не только для доэвтектической концентрации Si или Al в сплаве, но и для концентраций, превышающих эвтектическую. Последнее обстоятельство показывает, что изменение поступления вещества сплава в дуговой промежуток не может быть объяснено только изменением температуры плавления сплава.

Отмеченные особенности поступления вещества сплава должны влиять на интенсивность спектральных линий; они объясняют факт возрастания интенсивности дуговых линий Al при уменьшении его концентрации в сплаве.

Проведенное исследование позволяет сделать вывод о физической природе и величине коэффициента b в известной формуле $I = aC^b$. Принято считать, что b определяется реабсорбцией и $0 \leqslant b \leqslant 1$. Наши данные свидетельствуют о том, что b существенно определяется особенностями поступления пробы в разрядный промежуток и может быть больше или меньше единицы или принимать даже отрицательные значения.

Научно-исследовательский институт химии
при Горьковском гос. университете

Цитированная литература

1. Рудневский Н. К., Изв. АН СССР, Серия физич., 14, 5 (1950).

А. Н. ЛЮЛИЧЕВ и Л. С. ПАЛАТНИК

ПРИМЕНЕНИЕ СПЕКТРАЛЬНОГО АНАЛИЗА К ИССЛЕДОВАНИЮ ПРОЦЕССОВ ЭЛЕКТРОИСКРОВОЙ ОБРАБОТКИ

(Краткое содержание доклада)

В работе авторов визуальным и фотографическим методами спектрального анализа изучались спектры искры, возникающей от установки для электроискрового упрочнения «по Лазаренко» [1]. Исследовались спектры 342 комбинаций электродов из технически чистых металлов: Be, Mg, Al, Si, Ti, Cr, Fe, Co, Ni, Cu, Zn, Mo, Ag, Cd, Sn, Sb, W, Pb и Bi.

При помощи спектрального анализа парообразной фазы, возникающей при электроискровой обработке, изучалось влияние материала и формы электродов, их полярности, времени и режима обработки на характер процессов электроискровой обработки.

Результаты приближенной оценки концентраций материала электродов в парообразной фазе, производившейся по отношению интенсивностей спектральных линий различных элементов, подтверждают критерий взаимодействия электродов, предложенный Л. С. Палатником [2].

Переход от массивного образца к тонкой проволочке для некоторых пар электродов приводит лишь к повышению абсолютной яркости спектра, для других — к повышению относительной яркости линий тонкого электрода.

Изучением влияния полярности электродов на 171 паре установлено, что для 90 пар электродов относительная концентрация каждого элемента в парообразной фазе больше в том случае, когда этот элемент является анодом. Противоположное, «аномальное», влияние полярности замечено только для 27 пар электродов с легкоокисляющимися элементами (Si, Pb, Sn, Ti, Zn и Sb). Для остальных 54 пар электродов влияния полярности не обнаружено.

Обнаружено влияние времени обработки на состав парообразной фазы, когда согласно [2] на поверхности одного из электродов образуется покрытие из материала другого электрода. В этих случаях при длительной обработке относительная интенсивность линий покрываемого элемента заметно уменьшалась.

Установлено, что емкость контура и сила тока короткого замыкания незначительно влияют на состав парообразной фазы.

Настоящая работа указывает на целесообразность применения спектрального анализа для изучения физико-химических процессов при электроискровой обработке металлов.

Харьковский гос. университет
им. А. М. Горького

Цитированная литература

1. Лазаренко Б. Р. и Лазаренко Н. И., Электрическая эрозия металлов, в. 1, 1944; в. 2, 1946.
2. Палатник Л. С., ДАН СССР, 89, 455 (1953).

М. А. АЛЕКСЕЕВ

ЗАВИСИМОСТЬ АБСОЛЮТНЫХ КОНЦЕНТРАЦИЙ АТОМОВ НИКЕЛЯ В ДУГОВОМ РАЗРЯДЕ ОТ МОЛЕКУЛЯРНОГО СОСТАВА ПРОБЫ

(Краткое содержание доклада)

Задача настоящей работы — установить зависимость концентрации атомов элемента в положительном столбе дугового разряда от вида его молекулярного соединения и исследовать изменение концентрации в зависимости от времени горения дуги. Объектом исследования выбран Ni, сходный по поведению в дуговом разряде с Fe, Co, Mn, Mo и др. Абсолютные концентрации атомов определялись по методу Прилежаевой [1].

Определение делалось для $NiSO_4$, $NiCl_2$, $Ni(NO_3)_2$, $NiCO_3$ и $Ni_3(PO_4)_2$.

По измеренным отношениям интенсивностей линий $I_{Cu\,5105}/I_{Cu\,5153}$ и $I_{Mg\,2795}/I_{Mg\,2776}$ вычислялась абсолютная концентрация N атомов Ni в дуге для различных его соединений. Результаты расчета приведены в табл. 1.

Таблица 1

Соединение	$NiSO_4$	$Ni(NO_3)_2$	$NiCl_2$	$NiCO_3$	$Ni_3(PO_4)_2$
N	$2,3 \cdot 10^{16}$	$5,4 \cdot 10^{16}$	$15,0 \cdot 10^{16}$	$0,6 \cdot 10^{16}$	$7,5 \cdot 10^{16}$

Зависимость абсолютных концентраций N атомов Ni в дуговом промежутке от концентрации Ni в пробе приведена в табл. 2.

Таблица 2

Соединение	% Ni в пробе				
	5	10	15	20	25
$NiSO_4$	$1,2 \cdot 10^{16}$	$2,22 \cdot 10^{16}$	$3,8 \cdot 10^{16}$	$5,5 \cdot 10^{16}$	$6,6 \cdot 10^{16}$
$NiCl_2$	$6,2 \cdot 10^{16}$	$16 \cdot 10^{16}$	$24 \cdot 10^{16}$	$31 \cdot 10^{16}$	$36 \cdot 10^{16}$

Данные табл. 2 подтверждают линейную зависимость между концентрацией элемента в пробе и концентрацией его атомов в дуговом разряде.

Автор исследовал также изменение концентраций атомов Ni в дуге для его соединений $NiSO_4$ и $NiCl_2$ в зависимости от времени горения дуги. При этом спектры снимались с движущейся кассетой. Оказалось, что различие в скоростях поступления Ni в разряд, зависящее от вида молекулярного соединения, сказывается заметно лишь в начале горения дуги.

Установлена также зависимость температуры дуги от концентрации атомов легко ионизуемой компоненты дугового газа в положительном столбе: оказалось, что с повышением концентрации атомов температура дугового газа понижается.

Якутский гос. педагогический
и учительский институт

Цитированная литература

1. Прилежаева Н. А., Труды СибФТИ, вып. 28, стр. 83.— Томск. 1949.

Т. Ф. БОРОВИК-РОМАНОВА

ИССЛЕДОВАНИЕ ПОСТУПЛЕНИЯ ОТДЕЛЬНЫХ СОСТАВНЫХ ЧАСТЕЙ МИНЕРАЛЬНЫХ ПРОБ ИЗ УГЛУБЛЕНИЯ УГОЛЬНОГО ЭЛЕКТРОДА В ПЛАМЯ ДУГИ ПОСТОЯННОГО ТОКА

(Краткое содержание доклада)

Автор исследовал ход поступления основных элементов пробы в пламя дуги для гранитов, слюд, базальтов и глин. Найдено, что поступление в пламя Al, Si, Mg и Na для гранитов, базальтов и глин различно.

Исследовалось влияние подмешивания к пробам различных веществ и влияние предварительного прогревания пробы на процесс поступления отдельных элементов пробы в пламя дуги. Предварительное нагревание несколько меняет характер испарения пробы, однако оказывается весьма полезным, так как повышает стабильность испарения.

Добавление различных веществ к пробам влияет на характер испарения пробы: соли натрия задерживают испарение основных элементов пробы, прибавление угольного порошка делает испарение очень равномерным; наиболее равномерное испарение пробы получается при подмешивании к пробе, кроме угольного порошка, хлористого натрия, окиси никеля и кварца. Две последние примеси дают особенно хорошие результаты, выравнивая испарение различных проб.

Институт геохимии и аналитической химии
им. В. И. Вернадского
Академии наук СССР

С. Л. МАНДЕЛЬШТАМ

ВОЗБУЖДЕНИЕ СПЕКТРА В КАНАЛЕ ИСКРОВОГО РАЗРЯДА

(Краткое содержание доклада)

В докладе представлен обзор нескольких работ по исследованию начала искрового разряда, выполненных в Физическом институте им. П. Н. Лебедева АН СССР.

В работе Г. Г. Долгова и С. Л. Мандельштама исследовались плотность и температура газа в искровом разряде. Искра помещалась в одно плечо специально построенного интерферометра; источником света также служила искра, момент поджига которой при помощи электронной схемы мог быть сдвинут относительно момента поджига исследуемой искры. По фотографиям интерференционных картин было определено распределение плотности по сечению канала в разные моменты времени. Результаты измерений полностью подтвердили с качественной и количественной сторон развитую ранее гидродинамическую теорию развития канала — наличие фронта ударной волны, распространяющегося от оси канала, «оболочки» канала за фронтом центральной области с малой плотностью газа — собственно канала разряда. Средняя плотность газа в этой области разряда составляет по порядку величины $5\cdot10^{-6}$ г см$^{-3}$, что соответствует концентрации частиц $N\approx10^{17}$ см$^{-3}$. Средняя температура газа в канале $T\approx40\,000°$ К. Вблизи оси канала величина $n-1$ оказалась отрицательной, что свидетельствует о наличии электронного газа в значительных концентрациях; N_e оказалось равным $\sim10^{17}$ см$^{-3}$, т. е. имеет место полная ионизация, что согласуется со спектроскопическими наблюдениями.

В работе Л. А. Вайнштейна, А. М. Леонтовича, Л. П. Малявкина и С. Л. Мандельштама исследовано изменение во времени свечения различных спектральных линий. Свет от искры проектировался на щель монохроматора, за выходной щелью которого был помещен фотоэлектронный умножитель. Сигнал ФЭУ при помощи широкополосного усилителя подавался на импульсный осциллограф. Была получена фотоосциллограмма линий NII, NIII, H_α и непрерывного фона с разрешающей способностью $\sim2\cdot10^{-7}$ сек. Обнаружено, что интенсивность всех линий и фона проходит последовательно через максимум, наступающий тем позже, чем ниже потенциал возбуждения линий. Это является результатом совокупного действия расширения канала и уменьшения температуры разряда. Фон в этом отношении ведет себя как линия с потенциалом возбуждения ≈55 eV, т. е. он обусловлен тормозным действием двух- и трехкратных ионов азота. Установлено, что изменение относительных интенсивностей линий в процессе разряда определяется в основном разностью энергий линий, что свидетельствует о температурном возбуждении. Установлено наличие реабсорбции излучения.

В работе Н. К. Суходрев и С. Л. Мандельштама на основании результатов, полученных в предыдущих работах, проведен детальный теоретический анализ условий возбуждения и ионизации в канале искры. Рассмотрение баланса актов возбуждения атомов электронным ударом и уничтожения возбужденных атомов за счет спектрального излучения и ударов второго рода с электронами приводит к выводу, что при $N_e \approx 10^{17}$ см$^{-3}$ имеет место больцмановское распределение атомов по возбужденным уровням с $T \approx T_{эл}$. Рассмотрение баланса актов ионизации атомов электронным ударом и рекомбинации ионов с излучением и в тройном соударении приводит к выводу о выполнимости формулы Сага также с $T \approx T_{эл}$.

Время установления стационарного распределения для возбуждения составляет по порядку величины $\sim 10^{-10}$ сек, для ионизации $\sim 10^{-7}$ сек и для выравнивания электронной температуры и температуры газа $\sim 10^{-7}$ сек.

По экспериментальным данным предыдущей работы при помощи вероятностей переходов для линий NII, вычисленных приближенными методами Л. А. Вайнштейном и Б. М. Яворским, было установлено, что электронная температура разряда составляет около 40 000° К, что соответствует температуре газа, полученной по измерениям плотностей. Произведен расчет, показывающий, что в этих условиях основное число атомов азота двукратно ионизовано.

Физический институт им. П. Н. Лебедева
Академии наук СССР

Е. И. ВОРОНЦОВ

КОЛИЧЕСТВЕННЫЙ СПЕКТРАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ ПРИ ВОЗБУЖДЕНИИ СПЕКТРА МОЩНЫМ ИМПУЛЬСНЫМ РАЗРЯДОМ

(Краткое содержание доклада)

Исходя из предположения, что при использовании обычных источников света за время экспозиции (2—5 мин) происходит значительное изменение состава анализируемой пробы, автор предлагает использовать для возбуждения спектра мощный импульсный разряд. Такой разряд должен обеспечить интенсивность спектральных линий, достаточную для экспозиции длительностью, равной времени одного импульса ($10^{-5} \div 10^{-3}$ сек). В течение этого времени в месте, поражаемом разрядом, проба не в состоянии заметно изменить свой состав. Для создания мощного импульса автором были построены три схемы: первая создавала импульс высокого напряжения 12 kV в результате разряда емкости 3 μF; вторая работала при низком напряжении 220 V и большой разрядной емкости — до 5000 μF; в третьей схеме получался мощный дуговой импульс длительностью около четверти периода сетевой частоты.

При исследовании этих источников было установлено, что явление самопроизвольного перемещения разряда (блуждания) влияет на интенсивность спектра и воспроизводимость. Характер блуждания зависит от обработки поверхности пробы и от присутствия третьих составляющих. Для устранения этого явления автор предлагает наклеивать на поверхность пробы изоляционную шайбу с калиброванным отверстием, фиксирующую и ограничивающую место разряда. Такой прием позволил значительно повысить точность спектрального анализа при использовании мощных импульсных источников света. Исследование показало, что при импульсном локализованном разряде стабилизуются абсолютные и относительные интенсивности спектральных линий, а также подавляется влияние третьих составляющих.

А. Н. ВОРСИН

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ИМПУЛЬСНОГО РАЗРЯДА ДЛЯ ВОЗБУЖДЕНИЯ ТРУДНО-ВОЗБУДИМЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

(Краткое содержание доклада)

Спектральный анализ трудно-возбудимых элементов (галоидов, серы, углерода и др.) наталкивается на ряд серьезных затруднений, обусловленных тем, что современные источники света не обеспечивают требуемой чувствительности и воспроизводи-

мости определения этих элементов. Наиболее благоприятные результаты удается достичь путем применения самых жестких искровых режимов генератора активизированного разряда (по схеме Н. С. Свентицкого). Однако в этих режимах трудно добиться надежного горения разряда из-за малости разрядного промежутка. Автором были исследованы два типа схем генераторов. В первом использовался разряд конденсатора большой емкости (0,4÷1,2 μF), питаемого от высоковольтного трансформатора (до 25 kV) через кенотрон; в этом случае удалось достичь наилучших условий анализа при емкости 0,4 μF и рабочем напряжении 10 kV. В этой схеме разрядный импульс имеет синусоидальную форму. Исходя из предположения, что более целесообразной была бы форма импульса, близкая к прямоугольной, автор исследовал разряд искусственной линии, состоящей из трех Г-образных ячеек. Емкость в каждой ячейке была равна 0,4 μF. Линия заряжалась от высоковольтного трансформатора (до 25 kV) через кенотрон. Разрядая цепь была выполнена по схеме С. М. Райского (с двумя промежутками). Исследование подтвердило высказанное предположение. В частности, изучение спектров галоидов показало, что линии спектра в этом случае значительно у́же, а линии легко возбудимых элементов (Cu) менее интенсивны. Чувствительность определения галоидов достигла нескольких тысячных долей процента.

Западно-сибирский филиал
Академии наук СССР

М. Э. БРИЦКЕ

СПЕЦИАЛЬНЫЕ РЕЖИМЫ ГОРЕНИЯ ДУГИ ПЕРЕМЕННОГО ТОКА

(Краткое содержание доклада)

Произведено исследование связи между условиями возбуждения и эффективной силой тока в прерывистой дуге. Условия возбуждения оценивались по фикс-паре CuII 2485,8/CuI 2492,2 Å, сила тока менялась в пределах 5÷150 А.

Изучение спектрограмм излучения, усредненного путем наложения спектров множества вспышек, показало, что при токах ~50 А устойчиво возбуждаются линии однократно ионизованных атомов меди и железа. При бо́льших силах тока условия возбуждения сравнимы с условиями в обычной конденсированной искре.

Автор изучал изменение условий возбуждения в течение единичной вспышки. Одновременно осциллографически контролировалась сила тока. Синхронизация поджига дуги и открывания затвора спектрографа осуществлялась при помощи синхронного электромотора с двумя дисками на его оси.

Разрешающая способность установки обеспечивала экспозиции не более $5 \cdot 10^{-5}$ сек. Оказалось, что наибольшая относительная интенсивность CuII/CuI наблюдается в момент поджига, затем она постепенно падает. Однако и после прекращения тока через дугу облако довольно долго остается сравнительно «горячим», что свидетельствует о значительной тепловой инерции. Как показали опыты, мгновенные условия возбуждения зависят не только от силы тока в данный момент времени, но и от предыдущей истории развития разряда.

Гос. научно-исследовательский институт
цветных металлов

В. Ф. ФЕТИСОВ

МОДЕРНИЗАЦИЯ ИСКРОВОГО ГЕНЕРАТОРА ИГ-2

(Краткое содержание доклада)

Исследование генератора ИГ-2 показало, что основными источниками нестабильности его работы являются резонанс напряжения, обусловленный индуктивностью рассеяния вторичной обмотки высоковольтного трансформатора, и неустойчивость величины пробойного напряжения вспомогательного разрядного промежутка. Для

устранения резонанса автор предлагает укоротить на 1 мм магнитные шунты, заклинив их со стороны, на которой посажены катушки обмоток, прокладкой из изоляционного материала соответствующей толщины. Выдвигая эти укороченные магнитные шунты из сердечника на 10÷20 мм, можно добиться устранения мешающего влияния резонанса на всех возможных режимах работы генератора. Для повышения устойчивости величины пробойного напряжения вспомогательного промежутка автор предлагает установить два острия, каждое из которых механически и электрически связано с одним из электродов. Острия устанавливаются на уровне середины промежутка с диаметрально противоположных сторон. Расстояние между остриями и противоположными электродами должно быть достаточно большим (10—15 мм), чтобы исключить возможность разряда на эти острия. Испытания показали, что эти изменения обеспечивают весьма устойчивую работу генератора.

И. С. АБРАМСОН, Х. Е. СТЕРИН и А. Н. МОГИЛЕВСКИЙ

ФОТОЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ РЕГИСТРАЦИИ СПЕКТРОВ И УСТАНОВКА ЛАБОРАТОРИИ КОМИССИИ ПО СПЕКТРОСКОПИИ

(Краткое содержание доклада)

Фотоэлектрические методы регистрации спектра могут быть разделены на две группы — методы, предназначенные для регистрации определенных, заранее выбранных спектральных линий, и методы развертки определенного участка спектра. Первые применяются преимущественно в эмиссионной, вторые — в абсорбционной спектроскопии и при регистрации спектров комбинационного рассеяния.

Авторы дают сравнительное описание различных типов фотоэлектрических установок для эмиссионного анализа и описание установки, разработанной в лаборатории Комиссии по спектроскопии. В последней установке использован принцип усиления переменного тока, освобождающий от необходимости компенсации темнового тока фотоэлектронного умножителя, который применен в качестве приемника света спектральной линии анализируемого элемента. Вместо линии сравнения в установке использован неразложенный свет разряда, отраженный от передней грани первой по ходу луча призмы спектрографа ИСП-51, который в описанной установке работает в качестве монохроматора. Анализ на несколько элементов осуществляется путем последовательного вывода соответствующих аналитических линий на выходную щель коллиматора, поставленного на место камеры спектрографа. Схема установки позволяет получать непосредственный отсчет концентрации. Собственная ошибка установки составляет 0,5—0,7 %. Ошибка анализа лежит в пределах 1÷3 % в зависимости от анализируемого элемента, его концентрации и условий работы прибора.

Основные испытания установки в лаборатории проводились по определению Cr и Mn в двойных сплавах в диапазоне концентраций 0,05÷20 %. Затем установка прошла длительные заводские испытания по анализу низколегированных сталей по ходу плавки. Эти испытания показали, что результаты анализа при помощи фотоэлектрической установки сходятся с данными химического анализа в пределах допусков. Единичные отклонения (2—3 % от общего числа выполненных анализов) объясняются, как правило, плохим качеством отобранной пробы.

Установки с разверткой спектра рассмотрены авторами с точки зрения применения этих установок для анализа по спектрам комбинационного рассеяния света. Наиболее важная характерная особенность этого метода — необходимость регистрации весьма малых световых потоков (10^{-10}—10^{-12} lm). Единственный пригодный для этой цели приемник света — фотоэлектронный умножитель. Его недостатком является значительный темновой ток, во много раз превышающий реальные фототоки от линий спектра комбинационного рассеяния. Авторы отмечают, что в системах с усилением по постоянному току серьезным затруднением является необходимость весьма точной компенсации темнового тока. Эта задача не возникает в системах усиления по переменному току. Независимо от выбранной системы усиления основным источником ошибок, общим для обеих систем, являются флюктуации темнового тока. Подавление мешающего действия этих флюктуаций, регистрируемых одновременно с измеряемым спектром, возможно либо за счет повышения интенсивности спектра, либо за счет сужения полосы пропускания усилительного устройства. Первый путь в реальных фотоэлектрических установках для анализа по спектрам комбинационного рассеяния практически мало доступен, поэтому обычно используется второй путь. Однако ограничение полосы пропускания неизбежно приводит к увеличению времени установления в усилительном тракте. А это в свою очередь пагубно отражается на форме контура регистрируемых спектральных линий. Соизмеримость времени установления

усилителя (точнее фильтра) с временем прохождения в процессе развертки одной спектральной линии приводит к уширению ее контура, смещению максимума и искажению соотношения интенсивностей спектральных линий, если их контуры различны. Кроме того, инерционность регистрирующей системы (включая фильтр) приводит к тому, что для двух близко расположенных линий небезразлично с точки зрения записи спектра, предшествует ли по ходу развертки интенсивная линия более слабой или наоборот. Кроме того, значительное уширение контуров спектральных линий вызывается тем обстоятельством, что из-за малости измеряемых световых потоков входная и выходная щели спектрального прибора не могут быть установлены достаточно узкими. Все перечисленные обстоятельства приводят к тому, что результаты измерения спектров комбинационного рассеяния света носят несколько условный характер, а разрешающая сила фотоэлектрической установки в целом намного хуже разрешающей силы оптической части установки. Условность результатов измерения зависит от ряда параметров фотоэлектрической установки — скорости развертки спектра, ширины входной и выходной щели, времени установления или полосы пропускания схемы и др. В работе приведены расчеты, показывающие связь между оптимальным соотношением сигнала к шумам, искажением контура спектральной линии, скоростью развертки и параметрами фотоэлектронного умножителя.

В работе описана фотоэлектрическая установка для регистрации спектров комбинационного рассеяния, разработанная в лаборатории Комиссии по спектроскопии. Эта установка работает на принципе усиления переменного тока. Регистрация спектра осуществляется при помощи электроннолучевой трубки, на вертикальные отклоняющие пластины которой подается напряжение измеряемого сигнала, а на горизонтальные — напряжение, пропорциональное углу поворота призм спектрографа. В установке использован спектрограф типа ИСП-51. Для устранения влияния колебаний интенсивности источника света (ртутной лампы) в схему введено автоматическое регулирование усиления, управляемое светом этого источника при помощи вспомогательного фотоэлемента. Приведены образцы записи спектров комбинационного рассеяния, выполненные на описанной установке.

В. И. ДИАНОВ-КЛОКОВ

АВТОМАТИЧЕСКИЙ СПЕКТРОФОТОМЕТР — ПРИСТАВКА К СПЕКТРОГРАФУ

(Краткое содержание доклада)

Разработанный автором автоматический спектрофотометр работает по принципу непосредственного измерения отношения интенсивностей чисто электрическим способом. Сравниваемые световые потоки I' и I'' модулируются одной и той же частотой, но с постоянным сдвигом фазы, при помощи специального обтюратора. Далее эти потоки поступают на один приемник света (фотоэлемент типа СЦВ-3 для области спектра $0{,}35 \div 0{,}65\ \mu$, либо ЦГ-3 для области спектра $0{,}6 \div 1{,}1\ \mu$). Тогда переменная слагающая напряжения на нагрузке фотоэлемента будет сдвинута по фазе относительно некоторого опорного напряжения на угол, величина которого будет зависеть от отношения I'/I''. Измеряя этот фазовый сдвиг, можно определить отношение I'/I''.

В описываемом спектрофотометре частота модуляции выбрана равной 1000 Hz. Переменная слагающая напряжения, возникающая на нагрузке фотоэлемента, усиливается четырехкаскадным усилителем с трансформаторным выходом. Максимальный коэффициент усиления этого усилителя $1{,}6 \cdot 10^6$. Измерение фазового сдвига осуществляется синхронным детектором. Выпрямленное напряжение на выходе детектора, пропорциональное фазовому сдвигу между напряжением сигнала и опорным напряжением, а следовательно, и отношению I'/I'', подается на вертикальные отклоняющие пластины электроннолучевого осциллографа, который используется для записи спектра. На горизонтальные отклоняющие пластины подается напряжение с потенциометра, ползунок которого связан с механизмом перемещения вдоль спектра выходной щели спектрального прибора. Время, потребное для получения спектрограммы, составляет $8 \div 15$ сек.

Институт органической химии
Академии наук СССР

В. А. КОВАЛЕВСКИЙ

ФОТОЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ФОТОМЕТР ДЛЯ ИЗМЕРЕНИЯ ИНТЕНСИВНОСТИ СПЕКТРАЛЬНЫХ ЛИНИЙ

(Краткое содержание доклада)

В фотометре, разработанном автором, в качестве приемника света применен фотоумножитель с чувствительностью 10 A lm^{-1}. Питание умножителя осуществляется от сухой батареи напряжением 60 V. Эта батарея при помощи вращающегося переключателя поочередно заряжает четырнадцать последовательно включенных конденсаторов, которые используются для питания эмитеров умножителя. Таким образом между соседними эмитерами создается перепад напряжения, равный 60 V, а общее напряжение питания умножителя составляет 840 V. Так как емкость каждого из конденсаторов достаточно велика (4 μF), а расход тока весьма мал, то за время одного оборота вращающегося переключателя ($^1/_3$ сек) напряжение питания не успевает сколько-нибудь заметно снизиться.

Измерение фототока осуществляется компенсационным методом, при котором падение напряжения на нагрузочном сопротивлении умножителя компенсируется посторонним источником эдс через четырехдекадный потенциометр. Темновой ток умножителя компенсируется отдельным двухдекадным потенциометром. В зависимости от величины измеряемого светового потока нагрузочное сопротивление переключается в пределах $10^6 \div 10^{10}\ \Omega$. Нагрузочное сопротивление шунтируется емкостью таким образом, что постоянная времени нагрузки всегда равна 1 сек. Правильность компенсации контролируется электрометрическим ламповым вольтметром, включенным по мостовой схеме, у которой в двух плечах использованы омические сопротивления, а в качестве остальных двух плеч служат анодная цепь и цепь катодной сетки одной и той же электрометрической лампы типа ЭМ-3. Пороговая чувствительность к белому свету при цветовой температуре 2360° K равна 10^{-12} lm.

Харьковский гос. институт
мер и измерительных приборов

Н. Ф. КУПРЕВИЧ

ФОТОЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ СПЕКТРОФОТОМЕТР ДЛЯ СОЛНЦА

Работа опубликована в «Известиях Главной астрономической обсерватории в Пулкове» № 144 (1950) и № 149, вып. 2 (1952) и в «Астрономическом журнале», 29, *1* (1952).

Г. А. СОБОЛЕВА

РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ИНТЕНСИВНОСТИ В СПЕКТРАЛЬНЫХ ЛИНИЯХ В ЗАВИСИМОСТИ ОТ ХАРАКТЕРА ОСВЕЩЕНИЯ ЩЕЛИ СПЕКТРОГРАФА

(Краткое содержание доклада)

Исследование распределения интенсивности в спектральной линии было проведено для спектрографа ИСП-22.

В случаях освещения, приближающихся к предельным способам освещения когерентным и некогерентным светом, измеренное распределение интенсивности качественно согласуется с расчетным для каждого способа.

Для простейшего способа освещения щели малым источником света, расположенным на значительном расстоянии от щели прибора, распределение интенсивности внутри линий сильно изменяется с изменением ширины щели. Поэтому при проведении количественного спектрального анализа по заранее построенной градуировочной кривой нельзя произвольно менять ширину щели. При широких щелях колебание интенсивности внутри спектральной линии получается менее резкое.

Равномерное распределение интенсивности внутри линии, независимо от ширины щели, можно получить при резком отображении источника конденсорной линзой на

цель. Такой прием не пригоден с точки зрения количественных анализов. Но равномерное распределение интенсивности может быть получено также при других способах освещения. Основным условием является равенство апертуры освещения апертуре коллиматора. Дальнейшее увеличение апертуры освещения приводит к расширению спектральных линий и ухудшению качества спектра.

Исследованная автором трехлинзовая система дает наиболее равномерное распределение интенсивности по ширине спектральной линии.

Ленинградский институт
точной механики и оптики

Е. Б. ГЕРКЕН и Л. М. ИВАНЦОВ

СЕЛЕКТИВНЫЕ ПОТЕРИ СВЕТА ВСЛЕДСТВИЕ ДИАФРАГМИРОВАНИЯ СВЕЧЕНИЯ ДУГИ ЭЛЕКТРОДАМИ И ОПТИКОЙ СПЕКТРАЛЬНОЙ УСТАНОВКИ

(Краткое содержание доклада)

Авторами исследовано явление избирательного диафрагмирования для стандартной аппаратуры — спектрографа ИСП-22 в комплекте с различными осветителями и дугой переменного тока в качестве источника света.

Влияние способов освещения щели на относительную интенсивность спектральных линий изучено для щелей малой (1—3 мм) и большой (8—10 мм) высоты. Установлено, что в случае, когда источник освещает щель спектрографа без посредства промежуточной оптики, свечение различных зон источника представлено наиболее полно. Разность почернений линий с различными потенциалами возбуждения в этом случае минимальна; разность почернений линий с равными потенциалами возбуждения остается практически неизменной при различных способах освещения щели.

Исследовано распределение почернений вдоль спектральных линий при различных способах освещения щели высотой 10 мм и различном дуговом промежутке. Показано, что трехлинзовый осветитель не обеспечивает постоянства освещения по высоте одновременно для линий с высокими и низкими потенциалами возбуждения. Исследовано также влияние ошибок в установке электродов на распределение почернений вдоль спектральной линии.

Показано, в какой мере меняется относительная интенсивность спектральных линий при малой высоте щели, различных способах ее освещения и форме дугового промежутка.

Показано, что ошибки, обусловленные избирательным срезанием пучков оптическими деталями спектрографа, составляют заметную долю от общей ошибки анализа.

Гос. научно-исследовательский институт
цветных металлов

В. А. ОСТРОУМОВ и Л. И. КРАМП

НОВАЯ МОДЕЛЬ СПЕКТРОМЕТРА ДЛЯ ИЗУЧЕНИЯ ДИСПЕРГИРУЮЩИХ ЭЛЕМЕНТОВ

(Краткое содержание доклада)

Для подробного изучения интерференционных диспергирующих элементов и призм разнообразных типов, а также для гониометрических измерений, связанных с преломлением, поляризацией и рассеянием света в широкой и преимущественно в инфракрасной области спектра разработана новая модель зеркального гониометра. Коллиматор прибора спроектирован на основе отражающей схемы с осевой симметрией, но используется в нем не весь трубчатый параллельный пучок, а лишь часть его, заполняемая практически плоской световой волной. Отступление световой волны от плоскости порядка $^1/_4\,\lambda$ (в инфракрасной области); светосила прибора порядка 1 : 5.

Конструкция прибора обеспечивает наряду с поворотом осей коллиматоров параллельное их смещение, с сохранением параллельности с точностью 0,08′. Точность отсчета углов — 1′.

Столик прибора приспособлен, с одной стороны, для изучения поверхности эшелет и решеток по частям при разных углах падения лучей, с другой — для размещения на нем приспособлений для изучения различных явлений, связанных с поляризацией, поглощением, рассеянием и т. п.

Механическая конструкция прибора обеспечивает исключительно свободное вращение столика при самых малых угловых перемещениях.

Всесоюзный
научно-исследовательский институт
метрологии
им. Д. И. Менделеева

П. П. ДОБРОНРАВИН и В. Б. НИКОНОВ

ПРИБОР ДЛЯ ЗАПИСИ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ЭНЕРГИИ В СПЕКТРАХ ЗВЕЗД

(Краткое содержание доклада)

Авторами сконструирован прибор для регистрации распределения энергии в спектрах звезд, в котором применены отечественные фотоумножители. Он предназначен для работы в фокусе Кудэ 500-миллиметрового менискового телескопа (МТМ-500). Прибор записывает отношение фототока, вызываемого светом звезды в данной длине волны, к фототоку, вызываемому значительным по длине участком спектра. В этом случае исключаются колебания света, вызываемые мерцанием и дрожанием изображения на щели. Хроматическое мерцание звезд на больших зенитных расстояниях, разумеется, не исключается.

Крымская астрофизическая обсерватория
Академии наук СССР

А. Б. ШАЕВИЧ

О МЕТОДОЛОГИИ ИССЛЕДОВАНИЯ ЭТАЛОНОВ ДЛЯ СПЕКТРАЛЬНОГО АНАЛИЗА

(Краткое содержание доклада)

Пересмотрены допустимые величины погрешностей, возникающих при применении эталонов, и предложены соотношения для их регламентирования, соответствующие метрологическим положениям и учитывающие допустимую точность при исследовании.

Детально рассмотрен один из важнейших этапов выпуска эталонов — исследование их неоднородности. Предложена новая методика исследования неоднородности, которая раздельно учитывает неоднородности, вносящие систематические и случайные погрешности. Новая методика предусматривает сокращение допустимых расхождений при исследовании неоднородности с 5 до 2 % (относительных) и обеспечивает в 3—4 раза большую точность результатов, чем общепринятая. Методика учитывает металлургические закономерности образования неоднородности, что позволяет исследовать наиболее опасные участки и сократить число исследуемых образцов и элементов.

Автором оценены величины случайных и систематических погрешностей химического анализа сталей и показано, что эти величины превышают метрологически допустимые значения. Предложена методика установления химического состава эталонов спектральными методами по первичным синтетическим эталонам. Случайные и систематические погрешности результатов анализа, полученных по предлагаемой автором методике, сравнены с погрешностями результатов анализа по общепринятой методике. При этом учтены затраты времени, необходимые для получения результатов равной до-

стоверности. Показано преимущество предложенной автором методики при установлении содержания элементов, определяемых в эталонах, до 1—2%.

Уральский
научно-исследовательский институт
черных металлов

Л. Н. ФИЛИМОНОВ

О ПРИМЕНЕНИИ ОТКОРРЕКТИРОВАННЫХ СИНТЕТИЧЕСКИХ ЭТАЛОНОВ ПРИ СПЕКТРАЛЬНОМ АНАЛИЗЕ

(Краткое содержание доклада)

Обсуждаются существующие методы корректировки синтетических эталонов (метод добавок В. К. Прокофьева) и способ последовательных приближений и указывается, что их недостатком является неопределенность величины неисключенной погрешности.

Предлагается видоизмененный способ корректировки, позволяющий точно оценивать величину погрешности, и даются необходимые расчетные формулы.

Гос. научно-исследовательский
и проектный институт
обработки цветных металлов

И. С. ФИШМАН

О ПРИМЕНЕНИИ СТАНДАРТНЫХ ГРАФИКОВ ПРИ СПЕКТРАЛЬНОМ АНАЛИЗЕ

(Краткое содержание доклада)

Способ анализа тех или иных сплавов по стандартным графикам, единым для всех спектральных лабораторий, имел бы большое практическое значение. Возможность решения такой задачи основывается на применении разработанного ранее автором метода контрольного эталона.

Автор исследовал влияние различных искровых источников света и различных спектральных аппаратов на наклон градуировочных графиков при соблюдении основного требования равенства для одинаковых концентраций интенсивностей аналитической линии элемента. С этой целью им сравнивались графики различных элементов и сплавов, построенные по спектрам, полученным с искровыми генераторами ИГ-2 и Фейсснер. Было произведено также сравнение графиков, построенных для одного и того же комплекта эталонов на спектрографах ИСП-22, КС-55 и Q-24. Показано, что во всех случаях наклон градуировочных графиков для одной и той же аналитической линии постоянен.

Для контроля равенства интенсивности аналитической линии элемента предложена «стандартная дуга» — дуга переменного тока между медными электродами при следующих легко воспроизводимых условиях: сила тока 6 А, электроды — медные стержни толщиной 7 мм—заточены на усеченный конус с диаметром площадки 1,5 мм, расстояние между электродами 2 мм. В этих условиях абсолютные почернения линий меди оказываются достаточно постоянными и не зависят от типа генератора дуги — ДГ-1, ПС-39 и Пфейльштикера.

Построение стандартных графиков выполняется следующим образом. На одну пластинку фотографируют спектры эталонов, спектр Fe или Cu через 9-ступенчатый ослабитель (для определения γ) и несколько спектров «стандартной дуги». График строится в координатах $\left(\frac{\Delta S}{\gamma}, \lg C\right)$. Чтобы указать интенсивность аналитической линии, применяемой для построения графика, в спектре «стандартной дуги» подбирается линия меди, почернение которой равно (или близко к) почернению аналитической линии при средней концентрации данного элемента. Условия, при которых почернения аналитической линии и линии меди оказываются равными (или близкими), указываются на графике. Эти условия — концентрация анализируемого элемента, наклон градуировочного графика, времена экспозиции спектров эталона и меди.

Применению стандартного графика в какой-либо лаборатории предшествует работа по подбору режима фотографирования спектров, при котором выполняются условия равенства или близкого значения почернений, указанные на графике. Для этого на пробную пластинку фотографируются несколько спектров «стандартной дуги»

и контрольного эталона при временах экспозиции, указанных на графике, и при одинаковых условиях освещения щели спектрографа. Так как концентрация C_1 контрольного эталона, как правило, не совпадает с концентрацией C_0, указанной на стандартном графике, необходимо ввести некоторую поправку. Если, например, почернение линии меди на пробной пластинке равно S_0 и наклон графика равен 45°, то почернение аналитической линии должно быть уже не S_0, а $S_0 + \lg \frac{C_1}{C_0}$. Требуемое значение почернения достигается вариацией условий возбуждения спектра контрольного эталона. Точность совпадения почернения в пределах ±0,1 оказывается вполне достаточной.

Л. С. ГОЛЬДМАН

НЕКОТОРЫЕ МЕТОДИЧЕСКИЕ УСОВЕРШЕНСТВОВАНИЯ, НАПРАВЛЕННЫЕ К СТАНДАРТИЗАЦИИ СПЕКТРАЛЬНОГО АНАЛИЗА

(Краткое содержание доклада)

Изучались причины, препятствующие использованию одних и тех же градуировочных графиков при работе на различных спектральных приборах.

Для повышения стабильности работы генератора искры автор предлагает способ введения (значительного приближения) диэлектрика в искровой промежуток. Исследование влияния условий возбуждения (разряда) на относительные интенсивности линий подтвердило отсутствие между ними однозначной зависимости. Контроль режима возбуждения улучшается при корректировке его по двум фикс-парам.

Контроль параметров спектрографа ИСП-22 осуществляется следующим образом. Ширина щели устанавливается с точностью до 1,5—2 μ. Обращается внимание на симметричность освещения щели из-за опасности влияния спектральной топографии искры.

Отношение интенсивностей в случае малого различия между длинами волн сравниваемых линий практически не зависит от параметров спектрального прибора, конечно, при условии отсутствия очень резких дефектов оптики. Дефокусировка спектрографа не сказывается заметным образом на определяемой величине $\lg \frac{I_1}{I_2} = \frac{\Delta S}{\gamma}$, так как изменение ΔS и γ идет параллельно.

Измерения $\frac{\Delta S}{\gamma}$ на МФ-1 и МФ-2 дают сходные результаты. При малых значениях вуали ее влиянием на измеряемую величину можно пренебречь.

Гос. научно-исследовательский автомобильный и автомоторный институт

Ю. М. БУРАВЛЕВ

ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОЦЕССА ОБЫСКРИВАНИЯ И ВЛИЯНИЯ ТЕРМИЧЕСКОЙ ОБРАБОТКИ ПРИ СПЕКТРАЛЬНОМ АНАЛИЗЕ СТАЛЕЙ

(Краткое содержание доклада)

Автор изучал ход кривых обыскривания при спектральном анализе легированных и высоколегированных сталей и чугунов при возбуждении искрой.

Установлено, что форма кривых обыскривания существенно зависит от характера и концентрации легирующего элемента, композиции сплава и условий проведения анализа.

Зависимость хода кривых обыскривания от многих факторов приводит в ряде случаев к тому, что градуировочные кривые для одноименных элементов идут не параллельно для сплавов на разной основе. Поэтому требуются детальные исследования для установления границ применимости метода параллельных графиков.

Исследовалось также влияние структуры, обусловленной различной термической обработкой, на результаты анализа сталей (марок 35ХГСА, Э7Х3, Р9 и Р18).

Изучение полных кривых обыскривания, построенных по относительным почернениям, показало, что если для сталей 35ХГСА и Э7Х3 они различаются незначительно, то для образцов сталей типа Р18 их ход резко отличается в начале обыскривания:

и сближается с течением времени. Замечено, что спектры закаленных образцов абсолютно более интенсивны, чем спектры незакаленных.

Установлено, что для сталей марок Р9 и Р18 при недостаточном обыскривании наблюдается значительное смещение графиков для закаленных образцов по отношению к графику отожженных.

Уральский
институт черных металлов

Б. Я. НЕКРАСОВ, Г. И. МИШАРИН, Е. И. САРАНЧУК, К. А. СУХЕНКО,
И. С. ФИШМАН и Н. П. ЯКОВЛЕВА

ОБЪЕКТИВНЫЙ МЕТОД СПЕКТРАЛЬНОГО ЭКСПРЕСС-АНАЛИЗА, ЕГО ПРЕИМУЩЕСТВА И РЕЗУЛЬТАТЫ ВНЕДРЕНИЯ В ПРОИЗВОДСТВО

(Краткое содержание доклада)

Приведены результаты применений в производственной практике метода контрольного эталона, предложенного И. С. Фишманом [1], к анализу алюминиевых сплавов, высоколегированной стали, чугуна и никелевого сплава. Полученные этим методом результаты сравнивались с данными метода трех эталонов или с химическим анализом.

На основании обширного материала, полученного в различных спектральных лабораториях заводов, авторы считают необходимым рекомендовать широкое применение в производстве объективного метода экспресс-анализа с применением контрольного эталона.

Всесоюзный институт
авиационных материалов

Цитированная литература

1. Фишман И. С., Изв. АН СССР, Серия физич., **14**, 586 (1950).

М. Н. ШТУТМАН

ПРИМЕНЕНИЕ РАСТВОРОВ ПРИ СПЕКТРАЛЬНОМ ОПРЕДЕЛЕНИИ ПРИМЕСЕЙ В СТАЛИ И ОГНЕУПОРАХ

(Краткое содержание доклада)

Разработаны следующие методики:

а) определение неметаллических включений в углеродистой стали,

б) определение примесей Al_2O_3, CaO, MgO в динасе и кварците.

При определении включений в стали образец растворяется таким образом, чтобы неметаллические включения типа силикатов, шпинелей, свободных окислов и сульфиды оставались в осадке, а железо и другие элементы переходили в раствор. Действуя на осадок разными реактивами, удается разделить неметаллические включения на фазовые составляющие и перевести их в раствор.

Для перевода в раствор примесей динаса или кварцита навеска пробы (0,3—0,5 г) обрабатывается плавиковой кислотой. Остающийся осадок сплавляется с пиросульфатом калия и переводится в раствор.

Спектры растворов возбуждались при помощи генератора ПС-39 (сила тока 3 А). Раствор подавался в дугу фульгуратором [1], целиком изготовленным из металла; диаметр капилляра 2 мм. Для стабилизации горения дуги в условиях подачи раствора в ПС-39 параллельно блокировочному конденсатору включалась дополнительная емкость 16 μF.

Анализ динаса и кварцита на Al_2O_3, CaO и MgO выполняется методом фотометрического интерполирования по следующим парам линий: Al 3961,5 — Cr 3963,7 Å; Ca 3179,3 — Cr 3180,7 Å и Mg 2852,1 — Cr 2851,4 Å. Хром специально вводится в пробы в качестве внутреннего стандарта. Химический состав и кислотность эталонных растворов не должны отличаться от растворов анализируемых проб. Относительная погрешность метода (средняя арифметическая ошибка ряда повторных измерений) составляет ± 4—5 %. Указанные выше условия оказались непригодными для определения малых концентраций SiO_2 (меньше 0,01 %) в неметаллических включениях стали. При увеличении тока дуги в целях повышения интенсивности линии кремния из фульгуратора поступало слишком много жидкости и горение дуги ста-

новилось нестабильным. Хорошие условия поступления раствора в дугу были достигнуты при замене капилляра фульгуратора сплошным медным стержнем диаметром 3 мм и силе тока 5 А (без дополнительной емкости). Определение содержания в стали SiO_2, MnO, MnS и Al_2O_3 выполнялось методом трех эталонов по следующим парам линий: Si 2516,1 — Cr 2653,6 Å; Mn 2576,1 — Cr 2653,6 Å и Al 3961,5 — Cr 3983,9 Å.

В работе принимали участие М. В. Непошиваленко, Д. Н. Максимова, А. Д. Наумова и Г. Г. Карташева.

Магнитогорский металлургический институт
им. И. В. Сталина

Цитированная литература

1. Боровик С. А., Изв. АН СССР, Серия физич., 14, 630 (1950).

Э. Н. ВИННИЧЕНКО, А. Н. ЗАЙДЕЛЬ и Н. И. КАЛИТЕЕВСКИЙ

ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА ДОБАВОК В СПЕКТРАЛЬНОМ АНАЛИЗЕ

(Краткое содержание доклада)

В методе добавок материалом для составления эталонов служит анализируемый образец, разделяемый на ряд проб, в каждую из которых вводится известная добавка C определенного элемента.

Исходная концентрация C_0 элемента определяется путем экстраполяции к $C=0$ интенсивностей или почернений, измеренных в спектрах синтезированных образцов.

Цель настоящей работы состояла в выяснении точности и правильности определений, не достаточно охарактеризованных авторами метода (Прокофьев, Рудневский, Ивагин, Ивагина, Гаттерер).

Работа выполнена на растворах хлористых солей лантана и иттрия, синтезированных с относительной погрешностью, не превышающей ±1 %. Концентрация лантана составляла $10^{-2} \div 10^{-3}$ % в растворе. Условия фотографирования спектрограмм (источник — искра ИГ-2, электроды — медные, спектрограф — ИСП-22) выбирались так, чтобы фон под аналитическими линиями La 3794,8, La 3790,8, Y 3774,3 Å отсутствовал, а почернения их лежали в нормальной области. В принятых условиях средняя квадратичная относительная погрешность определений лантана по обычному методу трех эталонов составляла ±3,1 %.

Для установления точности метода добавок применялся графический прием экстраполирования, идентичный описанному Рудневским, Ивагиной и Ивагиным. Графики строились в координатах ΔS, $\lg C$.

Оказалось, что наиболее целесообразно к исходной концентрации C_0 делать три добавки: $C_1 \approx C_0$, $C_2 \approx 2C_0$, $C_3 \approx 4C_0$.

Работа показала, что ошибка экстраполяции составляет 5—10 %, откуда следует, что метод добавок может быть применен для количественного анализа в тех случаях, когда отсутствует возможность приготовления надежных эталонов другими способами.

Было также установлено, что метод добавок может быть использован для повышения чувствительности определений примерно на порядок в случаях, когда аналитические линии определяемого элемента в спектре исходной пробы получаются слишком слабыми.

Физический институт
Ленинградского гос. университета
им. А. А. Жданова

Ю. А. МАХНЕВ, В. А. СИМАНОВ и А. М. ШАВРИН

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ МЕТОДА РАЗБАВЛЕНИЯ ПРИ СПЕКТРАЛЬНОМ АНАЛИЗЕ ПОРОШКОВ

(Краткое содержание доклада)

Ранее [1, 2] одним из авторов было показано, что применение метода разбавления анализируемой пробы образцов пород и шлаков окисью кремния даст возможность устранить влияние различия анализируемых объектов на результаты спектрального анализа.

В настоящей работе изложены результаты определения при помощи указанного метода никеля и марганца в различных породах и рудах. Аналитические линии Ni 3050,82, Mn 2949,21 Å, линия сравнения — Si 2987,65 Å. Спектры возбуждались в дуге переменного тока. Исследуемые образцы разбавлялись с таким расчетом, чтобы не выходить за пределы градуировочного графика данного элемента — одного для различных пород. При определении никеля эталоны составлялись из двуокиси кремния с добавлением карбоната никеля. Эталоны для определения марганца составлялись из двуокиси кремния с добавлением MnO_2. Вероятная погрешность определения никеля и марганца не превышала ± 6,5 %.

Молотовский гос. университет
им. А. М. Горького

Цитированная литература

1. Шаврин А. М., Завод. лабор., *1*, 66 (1949).
2. Шаврин А. М., Изв. АН СССР, Серия физич., **14**, 673 (1950).

Ш. И. ПЕЙЗУЛАЕВ

УРАВНЕНИЕ ХАРАКТЕРИСТИЧЕСКОЙ КРИВОЙ ФОТОПЛАСТИНКИ В ОБЛАСТИ НЕДОДЕРЖЕК И ЕГО ПРИМЕНЕНИЕ В СПЕКТРАЛЬНОЙ ФОТОМЕТРИИ

(Краткое содержание доклада)

Автором сделана попытка найти простое аналитическое выражение для характеристической кривой фотоэмульсии.

Характеристическая кривая представляется к виде кривой гиперболического типа

$$x = C'y^{-\alpha} \qquad (1)$$

в косоугольной системе координат $(XO'Y)$ с острым углом β между осями.

Переход к прямоугольной системе координат (IOS) с началом в точке пересечения оси X с касательной в $S_0 = 1{,}00$ к кривой (т. е. с началом в точке инерции) дает:

$$I = \sigma S - CK, \qquad (2)$$

где I — логарифм интенсивности, $\sigma = \frac{1}{\gamma} = \operatorname{ctg}\varphi$ — величина, обратная контрастности, S — почернение, $C = C'\sin^{\alpha}\beta\,(20^{\alpha} - 0{,}95\alpha - 1) = \text{const}$, $K = \frac{1/S^{\alpha} - \alpha(1-S) - 1}{20^{\alpha} - 0{,}95\alpha - 1} = f(S)$.

При $S \to 1{,}00$ имеем $K \to 0$. Составлена таблица значений K.

Обозначив $\varepsilon = \frac{C}{\delta}$, где $\delta = \operatorname{tg}\frac{\varphi}{2}$, из (2) имеем:

$$I = \sigma S - K\varepsilon\delta. \qquad (3)$$

Уравнение (4) удовлетворяет всей области недодержек (а также и области нормальных почернений, исключая область передержек), тогда как обычное преобразование Кайзера дает отклонение от прямой при малых значениях S. При изменении сорта эмульсии, условий освещения и проявления вид функции не меняется, а изменяются только ее параметры σ, ε и α, которые и необходимо определить.

Любым способом строят характеристическую кривую и определяют σ. Далее определяют $\Delta = KC$ (смещение точки кривой от касательной по оси I и в масштабе оси I) для двух точек: $S \approx 0{,}05$ и $0{,}01 \leqslant S_2 \leqslant 0{,}025$ в отсутствие вуали или $S_2 \approx 0{,}15$ при наличии заметной вуали. Тогда

$$C = \frac{\Delta_{S_1}}{K_{S_1}} = \frac{\Delta_{S_2}}{K_{S_2}}. \qquad (4)$$

Составляют ряд отношений Δ_S/K_S при различных α, пользуясь таблицей значений K. Искомое значение α будет то, при котором соблюдается условие (4) с точностью $\pm 0{,}02$, а среднее значение Δ_S/K_S будет искомым значением C, откуда определяется $\varepsilon = \frac{C}{\delta}$. Таким образом, все параметры σ, ε и α определены. Для большинства типов эмульсий можно принять $\alpha = 0{,}2$.

Экспериментально установлено, что для данной эмульсии ε и α являются универсальными постоянными, не зависящими от длины волны, и практически не изменяются при небольших вариациях условий освещения и проявления.

Сконструирована специальная расчетная доска, которая позволяет по известным σ, ε и α производить переход от измеренных почернений к логарифмам интенсивностей с одновременным введением поправок на фон без построения характеристической кривой.

Химический факультет
Московского гос. университета
им. М. В. Ломоносова

С. М. РАЙСКИЙ и Р. Ш. ХАЛИТОВ

ФОТОМЕТРИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА СПЕКТРАЛЬНЫХ ПЛАСТИНОК НИКФИ

(Краткое содержание доклада)

Авторы исследовали зависимость фактора контрастности от длины волны освещающего света, широту эмульсии, область недодержек, глубину проработки эмульсии, однородность и относительную чувствительность к ультрафиолету трех типов спектральных пластинок НИКФИ.

Были применены спектрограф средней дисперсии, кварцевая ртутная лампа и конденсор со ступенчатой диафрагмой. Кривые почернения были получены для 10 линий в интервале 2300÷3350 Å. У пластинок типа I и II в области 3350÷2550 Å γ плавно убывает от значения 1,8 до значения 1,5 и в области 2550÷2300 Å падает до значения 0,6. У пластинок типа III имеется небольшое увеличение γ вблизи 3000 Å ($\gamma = 1{,}8$), с укорочением λ до 2500 Å γ плавно убывает до значения 1,5, затем резко растет и вблизи 2300 Å $\gamma = 2{,}35$. Область нормальных почернений у типа I начинается с почернений 0,5, у типа II — с почернений 0,7, у типа III — с почернений 0,75. Относительная чувствительность сравниваемых типов пластинок для области 2700 Å оценена приблизительно как 3 : 5 : 6.

По данным исследования типа II глубина проработки эмульсии несенсибилизованных пластинок составляет в области 3650 Å $^2/_3$ толщины эмульсии, вблизи 2450 Å — $^1/_3$ толщины. Изучение однородности при помощи фотометрирования равномерно засвеченных пластинок на регистрирующем микрофотометре показало, что макроколебания почернения составляют приблизительно ±5% и вызваны непостоянством толщины слоя эмульсии.

Микроколебания связаны с зернистой структурой изображения и равны приблизительно ±3 % для пластинок типа II и III и ±1,5% для типа I. Результаты работы показывают: а) желательность снижения границы области недодержек с почернений 0,5—0,7 до 0,2—0,3; б) целесообразность изменения отношения чувствительности пластинок типа I и II в области 2700÷3000 Å со значения 3 : 5 до 1 : 10; в) желательность уменьшения наклона функции $\gamma = \varphi(\lambda)$ для пластинок типа I и II в интервале 4000÷2500 Å.

Физический институт им. П. Н. Лебедева
Академии наук СССР

Т. К. АЙДАРОВ

О МЕТОДИКЕ КОЛИЧЕСТВЕННОГО СПЕКТРАЛЬНОГО АНАЛИЗА, ОСНОВАННОГО НА ИЗМЕРЕНИИ ШИРИНЫ ИЗОБРАЖЕНИЯ СПЕКТРАЛЬНОЙ ЛИНИИ

(Краткое содержание доклада)

Пользуясь зависимостью ширины изображения линий от концентрации, автору удалось осуществить определение больших количеств натрия в растворах NaCl (до 10%) и NaCl и KCl в порошкообразных пробах (до 90%) по реабсорбированным и самообращенным линиям. Спектры проб возбуждались в дуге переменного тока (ПС-39) и фотографировались спектрографом ИСП-22. Фотометрирование производилось на микрофотометре МФ-1. В случае анализа растворов электродами служили

стержни из алюминия высокой чистоты диаметром 8 мм. Верхний электрод затачивался на сферу, нижний — на плоскость. Несколько капель раствора перед экспозицией испарялись на нижнем электроде, предварительно нагреваемом током в 5—5,5 А в течение 40—50 сек. Эталонами служили растворы хлористого натрия, концентрация которого менялась в пределах 0,6÷10 %. Внутренний стандарт — кадмий. Порошки вводились в дугу на медном движущемся электроде. В этом случае эталонами являлись искусственно приготовленные смеси NaCl и KCl.

Графики для определения концентрации строились в координатах: ширина изображения линии — концентрация. Ширина линии не зависит от времени экспозиции при ее изменении в 2 раза, и времени проявления при его изменении в 6 раз. За ширину изображения линии принималось измеренное на микрофотометре расстояние между теми двумя точками на изображении линии, которые имеют одинаковое почернение, равное почернению в максимуме линии сравнения. Ширина изображения измеряется в Å (дисперсия × ширину, измеренную на микрофотометре).

Графики линейны для всего интервала измеряемых концентраций. Относительная ошибка определения не превышает нескольких процентов.

Всесоюзный
научно-исследовательский институт
галургии

Л. Е. ВВЕДЕНСКИЙ

ВЛИЯНИЕ АТМОСФЕРНОГО ДАВЛЕНИЯ НА ИНТЕНСИВНОСТЬ СПЕКТРАЛЬНЫХ ЛИНИЙ ПРИ ИСКРОВОМ РАЗРЯДЕ

(Краткое содержание доклада)

Для изучения искрового разряда при различных давлениях автором был сконструирован специальный баллон с кварцевым окошком, куда помещались исследуемые электроды. Разряд питался искровым генератором, собранным по простой схеме с емкостью 0,01 μF и самоиндукцией 20 μH. Давление воздуха в баллоне изменялось в пределах 50÷740 мм рт. ст. При давлениях ниже 500 мм для пар линий Al II 3586—Al I 3944 Å и Al II 3602—Al I 3944 Å, имеющих наибольшее значение разности энергии возбуждения, наблюдалось резкое падение относительной интенсивности, что свидетельствует об уменьшении температуры искры. Уменьшение давления увеличивает относительную чувствительность определения кремния в сплавах Al-Si приблизительно на 15 %. Естественное изменение атмосферного давления на ±30 мм сказывает влияние на результаты спектрального анализа Si в сплавах Al-Si. При изменении давления относительные интенсивности линий железа и меди (Fe 2739—Al 2652 Å и Cu 3247—Al 3057 Å) в пределах точности измерений остаются постоянными.

Московский авиационный институт
им. Серго Орджоникидзе

И. З. КАЛМАНОВИЧ

КОЛИЧЕСТВЕННОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЭЛЕМЕНТОВ В СПЛАВАХ НА СТИЛОСКОПЕ МЕТОДОМ ПЕРЕНОСА ПРОБЫ

(Краткое содержание доклада)

Разработана методика количественного определения элементов на стилоскопе при помощи переноса пробы в дуге постоянного тока.

Определение в сталях хрома, в пределах концентраций 0,1÷20%, выполнялось по линии Cr 5208,44 Å. Марганец определялся по линии Mn 4825,51 Å; при его определении существенно сказывалось содержание хрома в исследуемых образцах.

Определение цинка до 5 % производилось по линии Zn 4722,16 Å, а при содержании свыше 5 %—по линии Zn 4680,14 Å. У градуировочного графика для сплава с большим содержанием цинка, в отличие от графиков для хрома, марганца и цинка до 5%, нарушается первоначальная линейная зависимость.

Калужский
турбинный завод

Н. М. ГЕГЕЧКОРИ

СПЕКТРОСКОПИЧЕСКАЯ МЕТОДИКА ОПРЕДЕЛЕНИЯ СОСТАВА СТЕКОЛ

(Краткое содержание доклада)

Анализ различных сортов стекла на содержание Al, Ca, Mg, Ba, Pb, B, Zn, Fe, Na и K выполняется методом трех эталонов с погрешностью ± 5—7 %.

Проба мелкорастертого стекла смешивается с порошком угля и гидроокиси лития в отношении 1 : 20 : 0,5 и брикетируется. Эталонами служат образцы стекол того же сорта, что и анализируемая проба, состав которых надежно определен химическим путем.

Применяется спектрограф ИСП-22 и дуга переменного тока (сила тока 5—6 А) для определения всех примесей, кроме B; при определении B (в пределах концентраций 10÷25 %) спектр возбуждается в искровом разряде. Нижним электродом является анализируемый брикет, верхним — медный стержень, заточенный на полусферу. Для определения Al, B, Ba, Ca, Fe, Mg, Pb, Zn в качестве линий сравнения используются линии Si, для определения Na — линии Li. При определении K почернения его линий сравниваются с непрерывным фоном.

В. Г. КОРИЦКИЙ

ПРОЕКТ СТАНДАРТНОЙ МЕТОДИКИ МАРКИРОВОЧНОГО СПЕКТРАЛЬНОГО АНАЛИЗА СТАЛЕЙ

(Краткое содержание доклада)

Стандартные методики спектрального анализа должны использовать стандартную отечественную аппаратуру, общесоюзные эталоны и обеспечивать точность, не уступающую точности химического анализа.

Автор описывает методику, которая может быть положена в основу стандарта на методы маркировочного спектрального анализа сталей. Используется спектрограф ИСП-22, ширина щели 15 μ, высота — 1 мм, освещение без конденсора. Пластинки диапозитивные или спектральные тип I, чувствит. 0,5 ед. ГОСТ; проявитель по ГОСТу 2817-50. Возбуждение от генератора ИГ-2, включенного по схеме Райского: $C = 0{,}01\ \mu F$, $L = 0{,}01$ mH, $d_{раб} = 2$ мм, $d_{вспом} = 3$ мм, 1 цуг за $^1/_2$ периода, противоэлектрод — уголь с заточкой на усеченный конус с площадкой ~1 мм. Обжиг 1′ экспозиция 1′, подбор нормальных экспозиций — путем передвижения источника в пределах 15÷25 см. Каждый снимок повторяется 3 раза. Эталоны — 5-й комплект ЛСО УИЧМ. Микрофотометр МФ-2, ширина щели 0,2 мм. Пары линий — см. таблицу.

Список аналитических пар линий для анализа низколегированных сталей по 5-му комплекту эталонов

Mn 2933,06 — Fe 2936,90 Å	Mo 2816,15 — Fe 2829,63 Å
Si 2881,58 — Fe 2880,76 Å	Ti 3349,08 — Fe 3255,89 Å
Cu 3273,96 — Fe 3286,76 Å	Ni 3414,77 — Fe 3399,34 Å
Cr 2677,16 — Fe 2689,21 Å	

Если одно из трех значений ΔS отличается от любого из остальных более чем на 0,050, то оно бракуется. График строится по методу трех эталонов. Если прямую не удается провести так, чтобы соответствующие эталонам точки отстояли от нее не более чем на 0,025 по шкале lg C, график бракуется.

Средняя арифметическая погрешность анализа отдельных элементов колеблется в пределах 1,5÷2%. Если за меру возможных отклонений принять величину тройной

квадратичной погрешности — 3σ — и сравнить ее с «допустимыми расхождениями» по ГОСТ на химический анализ, то точность спектрального определения не будет уступать точности химического лишь при анализе содержаний примерно до 0,5 %. По-видимому, «допустимые расхождения» не составляют 3σ для химического анализа. Предлагаемая методика практически обеспечивает требуемую точность при анализе содержаний до 1—1,2 %.

Московский институт стали
им. И. В. Сталина

Н. Н. СОРОКИНА

К ВОПРОСУ О КОЛИЧЕСТВЕННОМ СПЕКТРАЛЬНОМ АНАЛИЗЕ ДЛЯ БОЛЬШОГО ДИАПАЗОНА КОНЦЕНТРАЦИЙ

(Краткое содержание доклада)

Анализ известного соотношения между интенсивностью I спектральной линии и концентрацией C элемента в пробе — $I = aC^b$ — приводит к заключению, что если строить градуировочные графики не в обычных координатах $\left(\lg \frac{I_1}{I_2}, \lg C_1\right)$ (индексы $_1$ относятся к анализируемому элементу, индексы $_2$ — к элементу сравнения), а в координатах $\left(\lg \frac{I_1}{I_2}, \lg \frac{C_1}{C_2}\right)$, то графики остаются линейными при изменении C_1 и C_2 в широких пределах. При анализе простых и сложных сплавов по одним и тем же линиям анализируемого элемента и элемента сравнения градуировочные графики в новых координатах должны образовать единый градуировочный график. Сдвиги графиков при переходе от простых сплавов к сложным должны объясняться лишь влиянием физико-химических процессов на электродах.

Полученные выводы были экспериментально проверены на бинарных сплавах: Ni-Cr, Mn-Fe, Cr-Fe, Ni-Fe, Co-Fe и сложных сплавах: Ni-Cr-Fe, Ni-Co-Fe, Co-Ni-Fe, а также на растворах этих систем. Кроме того, изучены комплекты № 5 и № 6 эталонов для спектрального анализа.

Все изученные сплавы и растворы показали отсутствие влияний, обусловленных физико-химическими процессами на электродах: градуировочные графики в новых координатах для сложных и простых систем дают единый градуировочный график в виде прямой линии. При этом изменение изучаемой примеси для большинства сплавов бралось в широком интервале концентраций (например 1÷80 %).

Центральный научно-исследовательский
институт черной металлургии

А. Г. КОМАРОВСКИЙ

КОЛИЧЕСТВЕННЫЙ СПЕКТРАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ ВЫСОКОЛЕГИРОВАННЫХ СТАЛЕЙ И ЖАРОПРОЧНЫХ СПЛАВОВ И РАЦИОНАЛЬНАЯ СИСТЕМА ЭТАЛОНОВ ДЛЯ ЕГО ПРОВЕДЕНИЯ

(Краткое содержание доклада)

В развитие работ автора о параллельном сдвиге градуировочных графиков при переходе от простых сталей к более сложным, о возможности разделения сталей и сплавов на классы, анализируемые каждый по одному набору эталонов, и об отсутствии влияния термической обработки сталей и сплавов на результаты спектрального анализа в настоящей работе изучалось влияние карбидных и нитридных соединений легирующих элементов.

Для этого из одной плавки сплава с 67% никеля, близкого по своему составу к сплавам типа ЭИ-437, было изготовлено пятнадцать одинаковых по размерам и химическому составу образцов. Первый из этих образцов подвергался только закалке, остальные прошли различные варианты термической обработки, резко менявшие количество обособленных карбидов и нитридов.

После этого все образцы были подвергнуты фазовому анализу. Избыточные фазы карбидов, нитридов и интерметаллидов при этом отделялись от аустенита электролитическим растворением в виде осадков. Выделенные осадки были подвергнуты химическому и рентгеноструктурному анализу. Результаты анализа в зависимости от условий термической обработки приведены в таблице. Приведенные в таблице результаты подтверждают, что в полученных образцах количество и состав избыточных фаз подвергаются весьма серьезным изменениям.

Влияние термической обработки на содержание элементов и фазовый состав образцов

№ образца	Условия термической обработки			% электролитич. осадка	Содержание элементов в электролитическом осадке (в % к растворенному металлу)					Фазовый состав по данным рентгеноструктурного анализа
	температура закалки, °C	температура старения, °C	время старения, час		Ti	N	Cr	Al	Fe	
2	1200	—	—	0,405	0,272	следы	следы	следы	следы	TiC, TiN
3	1200	600	5	0,440	—	—	—	—	—	„
4	1200	600	20	0,495	—	—	—	—	—	„
5	1200	700	5	5,42	1,07	3,40	0,466	0,292	0,0736	TiC, TiN, $Cr_{23}C_6$, $Ni_3(AlTi)$
6	1200	700	20	8,42	1,46	5,90	0,515	0,311	0,116	„
7	1200	700	100	10,25	1,66	7,30	0,565	0,473	0,138	„
8	1200	700	500	12,61	2,11	9,00	0,816	0,386	0,182	„
9	1200	700	1500	13,27	2,14	9,62	0,818	0,380	0,200	„
10	1200	800	5	8,29	1,45	5,85	0,342	0,423	0,101	„
11	1200	800	20	9,03	1,58	6,40	0,346	0,455	0,132	„
12	1200	800	100	10,00	1,77	7,02	0,354	0,571	0,170	„
13	1200	800	500	9,44	1,65	6,71	0,309	0,523	0,127	„
14	1200	800	1200	8,19	1,42	5,85	0,254	0,432	0,102	„
15	1200	900	50	4,81	0,84	3,38	0,130	0,261	0,080	„
16	1200	900	200	4,19	0,73	2,93	0,129	0,225	0,062	„

Результаты анализа этих образцов химическим методом до старения и спектральным методом до и после старения на алюминий и титан позволяют сделать вывод, что обособление или растворение карбидов, нитридов и интерметаллидов, к которому сводится изменение структуры сплава при термообработке, не оказывает влияния на результаты спектрального анализа.

Поэтому при выполнении производственных анализов можно определять содержание легирующих элементов в сталях и сплавах с различной структурой по одному и тому же градуировочному графику.

Центральный научно-исследовательский институт
технологии машиностроения

Е. С. КУДЕЛЯ

СПЕКТРАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ СВАРНЫХ АВТОМАТНЫХ ШВОВ

(Краткое содержание доклада)

Применение методов химического анализа для определения состава сварных швов сильно затруднено, а иногда и вообще неосуществимо. В связи с этим автором разработана методика спектрального анализа этих швов. Основное требование к подобной методике заключается в возможно большей локализации воздействия разряда на образец. Исследования показали, что этому требованию больше всего удовлетворяет высокочастотная искра, аналогичная поджигающей искре в генераторе Свентицкого. Были разработаны две схемы искры: одна из них с автотрансформаторной связью разрядного контура с колебательным — для анализа углеродистых и низколегированных сталей, другая с трансформаторной связью — для анализа хромоникелевых сталей. Обе схемы осуществлены в виде комбинированного генератора, позволяющего легко переходить от одной схемы к другой.

Вторая схема, обеспечивая диаметр пятна обыскривания 0,5—0,6 мм и глубину проникновения разряда в материал образца 3—4 μ, даст возможность проводить анализ тонких слоев металла, внутренних поверхностей изломов и трещин, а также разного рода включений.

Применение разработанных на основе этих схем методик анализа дало возможность установить равномерность распределения элементов в швах, выполненных по заданной технологии. Установлено также наличие тонкого (10÷50 μ) поверхностного слоя, обедненного элементами, обладающими большим сродством к кислороду, а также ряд других закономерностей.

Согласно предлагаемой методике производится определение Al, V, W, Si, Mn, Mg, Cu, Mo, Ni, Ti и Cr со средней арифметической относительной погрешностью 3,5—4%.

Институт электросварки
им. Е. О. Патона
Академии наук УССР

Е. С. КУДЕЛЯ, А. С. ДЕМЬЯНЧУК и О. П. РЯБУШКО

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ФОСФОРА В СТАЛЯХ И ОЛОВЯНИСТО-ФОСФОРИСТЫХ БРОНЗАХ НА СТИЛОСКОПЕ

(Краткое содержание доклада)

Авторами разработана методика стилоскопического определения фосфора в сталях и оловянисто-фосфористых бронзах. Используются линии P 6024,14, P 6033,90 и P 604 ,05 Å. В качестве линий сравнения при анализе сталей применяются линии железа, при анализе бронзы — линии никелевого постоянного электрода. Аналитический источник света создается генератором ДГ-1 в искровом режиме. В сталях фосфор определяется в интервале 0,02÷0,2 % с точностью 0,02—0,03 %, в бронзах в интервале 0,05÷1,0 % с точностью 0,1—0,2 %.

Институт электросварки
им. Е. О. Патона
Академии наук УССР

К. С. ГАРГЕР и В. Д. УМНОВ

О СПЕКТРЕ БЕССЕМЕРОВСКОГО ПЛАМЕНИ

(Краткое содержание доклада)

Исследование спектра пламени бессемеровского конвертора представляет большой интерес в связи с попытками разработки спектральных методов контроля бессемеровского процесса, протекающего в течение весьма короткого времени (8—15 мин). Этим исследованием занимался еще Д. К. Чернов.

Авторы применили для этой цели переконструированный в спектрограф стилоскоп СЛ-3. Фотографирование спектров велось параллельно с регистрацией общей радиации факела при помощи фотоэлемента. Проводилось детальное изучение спектров пламени по отдельным периодам продувки конвертора.

В первом периоде наблюдается лишь слабый сплошной спектр. Второй период начинался с появления дублета Na (температура около 1250° С). Третий период, при холодно идущих плавках и высоком содержании Mn в чугуне, обычно хорошо выражен и характеризуется четким спектром MnO на темном фоне. При горячих плавках третий период отсутствует и второй период переходит непосредственно в четвертый — температура растет, интенсивность радиации увеличивается; при 1450—1520° С на фоне яркого сплошного спектра появляется желтая полоса FeO 5789,8 Å, очень похожая на линию, а через 10—30 сек возникает голубовато-зеленая линия FeI 5269,54 Å. С интервалом в 10—15 сек делаются видимыми еще три линии: Fe 5328,53, 5371,49 и 5397,13 Å. Затем возникает очень много деталей в спектре FeO и Fe I, а также полосы MnO вблизи 5359 и 5389 Å и др. К концу 5-го периода полосы MnO усиливаются, фон темнеет, линии начинают мигать с периодом 1—2 сек (в это время концентрация углерода в ванне порядка 0,3 %), а затем слабеют и быстро исчезают. Начинается шестой период (четвертый по Чернову), углерода в ванне около 0,10—0,12 %. Было замечено, что время, протекающее с момента появления линии FeI 5269,54 Å до получения заданного содержания углерода в ванне, зависит от нескольких факторов (температура, расход дутья, диаметр горловины, отношение Si/Mn в чугуне), которые, вообще говоря, можно учесть. Регистрируя появление этой линии стилоскопом, мастер может полу-

чить возможность дать прогноз длительности продувки, основываясь на результатах предыдущей плавки. Этот метод был проверен на нескольких сотнях плавок и дал положительные результаты в 60 % случаев.

Обсуждается вопрос о причинах, обусловливающих наблюденные закономерности, в частности возбуждение ярких линий FeO и Fe при сравнительно невысоких температурах пламени конвертора. Авторы высказывают предположение, что возбуждение спектра в пламени имеет, в основном, не температурный характер и является одним из видов хемилюминесценции.

Днепродзержинский
вечерний металлургический институт
им. Арсеничева
и
Днепровский
гос. металлургический завод
им. Ф. Дзержинского

Н. В. БУЯНОВ, Ю. П. ПОЛЛЮЛЬ и Н. Н. ЦВЕТКОВА

О ВЗАИМНОМ ВЛИЯНИИ МАТЕРИАЛА ВЕРХНЕГО И НИЖНЕГО ЭЛЕКТРОДОВ ПРИ СПЕКТРАЛЬНОМ АНАЛИЗЕ ЧЕРНЫХ МЕТАЛЛОВ

(Краткое содержание доклада)

В настоящее время подавляющее большинство спектральных методик анализа осуществляется с применением подставного, как правило верхнего, электрода. Представляет интерес изучить вопрос о взаимном влиянии материала верхнего и нижнего электродов.

Объектами исследования были верхние электроды, сделанные из железа, меди, никеля, алюминия и угля. В качестве нижних электродов применялись образцы из бинарных и тройных сплавов и разных марок сталей.

1. Применение различных подставных электродов вызывает различные почернения линий примесей в исследуемых образцах. По величине увеличения почернений линий примесей материалы подставного электрода располагаются в следующий ряд: уголь, никель, медь, алюминий, железо (последнее вызывает наименьшее почернение).

2. Большие содержания примесей в сталях и сплавах влияют на интенсивность спектра верхних (подставных) электродов. Большие содержания Cr и Ni в образцах увеличивают интенсивность спектра подставного медного электрода, а спектр подставного алюминиевого электрода увеличивается по интенсивности с ростом концентрации Cr в образце. Увеличение концентрации Fe в образце ослабляет спектр медного электрода.

3. При возбуждении спектра в разряде искры наибольшая интенсивность линий всех элементов (в том числе и подставного электрода) получается в центре искрового промежутка, наименьшая — у электрода-образца. Интенсивность линий всех элементов несколько больше вблизи верхнего (подставного) электрода, чем вблизи нижнего. Указанные явления связаны с эффектом переноса вещества.

Центральный научно-исследовательский
институт черной металлургии

Д. М. ШВАРЦ и И. С. НИЛОВА

СПЕКТРАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ КОБАЛЬТА ВЫСОКОЙ ЧИСТОТЫ

(Краткое содержание доклада)

Авторами разработан метод количественного определения двенадцати примесей в Co высокой чистоты, аналогичный методу анализа Ni по ГОСТ 6012-51. Применяются синтетические эталоны, представляющие собой окисные порошки, получаемые упа-

вайием азотнокислых растворов с последующим прокаливанием солей при 500° С разложения, откорректированные на загрязнение основы по методу добавок. Ана-зируемые пробы растворяются в HNO_3 и также превращаются в окисный порошок. источник вводятся брикеты весом по 0,5 г, спрессованные из этих окислов в матрице 6 мм при давлении 50 кг см$^{-2}$. В качестве источника света применяется дуга посто-ного тока (v = 400 V, i = 6 A, дуговой промежуток 2,5 мм), первоначально под-игаемая высокочастотным разрядом. Брикет помещается на графитовую подставку 10—12 мм; верхний электрод из такого же графита, заточенный на полу-еру. Вначале брикет служит анодом дуги. Спектрограмма, получаемая с экспози-ей 40 сек, без обжига, служит для определения летучих примесей: Zn, Bi, Sb, As, и Pb. Затем, сохраняя спекшийся брикет, полярность дуги меняют, и с экспозицией сек получают спектрограмму для расплава окислов на катоде, по которой опреде-ют нелетучие примеси: Ni, Mn, Fe, Mg, Si, Cu. Для каждой полярности получают по и спектрограммы, расходуя по 3 брикета от каждого образца (эталона). Для съемки именяются спектральные пластинки тип I, спектрограф — ИСП-22 с щелью 0,02 мм, вещаемой трехлинзовым конденсором. Противоэлектрод и расплав окислов на жнем электроде диафрагмируют. Определение Cu и Pb необходимо проводить на ектрографе большой дисперсии КС-55 с щелью 0,01 мм для устранения наложения аналитические линии этих элементов линий кобальта.

Применяемые аналитические линии, интервалы концентраций и вероятные по-решности однократного определения указаны в таблице. На анализ одного образца трачивается 4 часа. Для обеспечения заинтересованных организаций выпущены рошковые эталонные образцы.

Определяемые элементы	Длина волны аналитических линий, Å		Интервал концентраций, %	Вероятная относительная погрешность, %
	определяемого элемента	Co		
Zn	3302,58	3272,4	0,001 ÷ 0,02	±12—14
Bi	3067,72	3038,3	0,0005 ÷ 0,02	±15
Sb	2598,06	2599,02	0,001 ÷ 0,02	±6,5
As	2349,98	2357,5	0,001 ÷ 0,02	±8
Sn	2839,9	2842,3	0,0005 ÷ 0,02	±8
Pb	2833,0	2842,3	0,001 ÷ 0,02	±15
Ni	3002,49	2975,4	0,005 ÷ 0,03	±3,5
Mn	2798,27	2787,02	0,0005 ÷ 0,02	±2,5
Fe	2719,02	2787,02	0,005 ÷ 0,03	±5
Mg	2802,69	2787,02	0,0005 ÷ 0,02	±5
Si	2516,12	2450,00	0,001 ÷ 0,002	±8
Cu	3247,54	3224,64	0,001 ÷ 0,02	±5

Институт «Гипроникель»

В. К. НЕСТЕРЕНКО, В. С. РОССИХИН и И. Л. ЦИКОРА

СПЕКТРАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ МАЛЫХ ПРИМЕСЕЙ МЕДИ, СВИНЦА, ВИСМУТА И ЖЕЛЕЗА В ОЛОВЕ

(Краткое содержание доклада)

Авторами разработана методика количественного анализа олова марок О1 и О2 ГОСТ 860-41 на содержание элементов, указанных в таблице.

Применяется искровой генератор ИГ-2 (C = 0,01μF, L = 0,159 mH). Оба электро-а — заточенные под углом 120° стержни ϕ 6 мм, отлитые из расплавленных проб в еклянные трубки. Рабочий промежуток — 1,5 мм, вспомогательный — 3 мм. ектры снимаются на спектральные пластинки тип II. Применяется спектрограф СП-22 со щелью шириной 0,02 мм, со стандартным сферическим конденсором. При пределении железа график строят в координатах ΔW и $\lg C$, в остальных случаях — S и $\lg C$.

Анализ ведется по методу трех эталонов и выдается как среднее по данным трех спектрограмм.

Определяемый элемент	Длины волн аналитических пар линий, Å	Определяемые концентрации, %	Время экспозиции, сек	Средняя арифметическая относительная погрешность, %
Cu	Cu I 3247,54 — Sn I 3218,68	0,01 ÷ 0,03	15	±4—5
	Cu I 3273,9 — Sn I 3218,68			
Pb	Pb 2833,06 — Sn I 2787,9	0,04 ÷ 0,25	90	±4—5
Bi	Bi 3067,7 — Sn I 3223,57	0,01 ÷ 0,05	90	±4—5
Fe	Fe I 2599,57 — Sn II 2664,9	0,009 ÷ 0,02	90	±12
	Fe II 2599,39 — Sn II 2664,9			

Днепропетровский гос. университет

Н. А. МАКУЛОВ

СПЕКТРАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ АЛЮМИНИЕВЫХ БРОНЗ И ЛАТУНЕЙ С ПРИМЕНЕНИЕМ ГЕНЕРАТОРА ДУГИ СВЕНТИЦКОГО

(Краткое содержание доклада)

Наиболее действенным способом повышения точности анализа является увеличе ние наклона градуировочного графика. Исследование концентрационной чувствитель ности линий Al в бронзе БрАЖ-9-4 показало, что наклон градуировочного график $\frac{\Delta S}{\gamma} = f(\lg C)$ зависит от силы тока в дуге — i. При $i > 4$ А наклон градуировочны графиков равен нулю. С уменьшением i наклон графиков монотонно возрастает достигая максимального значения $b = 2{,}5$ при $i = 0{,}9$ А; затем b уменьшается д единицы в режиме высокочастотной искры.

Работа проводилась при следующих условиях: спектрограф ИСП-22, щель 0,02 мм генератор ПС-39, стабилизованный для работы на малых силах тока по схеме И. С Абрамсона, сила тока 0,9 А, с одной вспышкой поджигающей искры в полуперио тока; электроды: верхний — медь М0, нижний — Al-бронза, заточенные на усечен ный конус с площадкой диаметром 1,5 мм; метод трех эталонов, аналитические лини Al 3082,16 — Cu 3063,42 Å; предварительный обжиг 90 сек; межэлектродный про межуток 1,5 мм.

Кривые обжига, отражающие реальные изменения состава поверхностного сло пробы, построенные для разной силы тока, показали, что с уменьшением i происходи стабилизация физико-химических процессов на поверхности электродов: при малы значениях i и после 90 сек обжига кривые обжига принимают вид горизонтальны прямых. Фотографирование спектров эталонов для построения градуировочны графиков производилось после завершения процесса обжига. Кривые обжига дл эталонов с бóльшим содержанием алюминия спадают более круто, и для них процес обыскривания завершается скорее. Интенсивность линий сравнения увеличиваетс с ростом концентрации алюминия. Влияния третьих элементов в данном случае н обнаружено.

Это показывает, что в рассматриваемом случае не применимы объяснени причины изменения наклона градуировочных графиков, приведенные в работа В. К. Прокофьева, Ю. М. Буравлева, В. В. Налимова и К. И. Ионовой, и, конечн влияние реабсорбции не является определяющим.

Возможность получения значений $b > 1$ приводит к выводу о нелинейной завис мости между концентрацией определяемого элемента в пробе и в облаке дуги.

Это имеет место в случае отрицательных отклонений реальных растворов от з кона Рауля (и связанных с ним отклонений от закона действия масс) при превращ ниях, испытываемых материалом пробы, поступающим в излучающее облако.

Наибольший интерес представляет возможность влиять на наклон градуирово ного графика изменением условий питания излучающего облака.

Кроме описанного случая с Al в БрАЖ-9-4, подобные изменения наклона гр фика наблюдались нами для Mn, Al, Zn в латунях и Ni, Mn в среднелегированны

сталях. Выбором источника, в случае не идеальных растворов, можно существенно влиять на точность спектрального анализа за счет изменения наклона градуировочного графика. Так, например, при определении алюминия в бронзе при концентрации 5÷12 % была достигнута средняя вероятная ошибка одного измерения 1,4 % по графикам с $b = 2{,}5$.

Л. С. ПАВОЗКОВА

СПЕКТРАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ МАРГАНЦОВИСТЫХ ЛАТУНЕЙ

(Краткое содержание доклада)

Показана практическая возможность спектроскопического определения в трехкомпонентной (Cu-Zn-Mn) латуни цинка в пределах концентраций 36÷44 % и марганца в пределах 3—4 %.

Исследовалось влияние марганца на определение цинка в латуни. Аппаратура — спектрограф ИСП-22, генераторы—ИГ-2 с угольным и медным подставными электродами и ДГ-1 с угольным электродом. Найдено, что графики по цинку смещаются при изменении содержания марганца в сплаве.

В результате исследования влияния цинка на определение марганца в латуни установлено следующее: при определенных режимах генератора ИГ-2 с угольным подставным электродом изменение содержания Zn в указанных выше пределах практически не сказывается на определении Mn; в случае медного подставного электрода изменение количества Zn вызывает параллельное смещение графиков по марганцу. Наоборот, при работе с ДГ-1 влияние Zn на определение Mn отсутствует, если подставной электрод медный, и сказывается в случае угольного электрода.

Балтийский завод
им. Серго Орджоникидзе

М. Э. БРИЦКЕ, Е. Б. ГЕРКЕН, И. Д. ЗДАНОВИЧ, Л. М. ИВАНЦОВ, Т. А. КАФАНОВА, В. И. МАЛИНИНА, Е. А. МИРОНОВА и В. В. ПОЛЯКОВА

СПЕКТРОГРАФИЧЕСКОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПРИМЕСЕЙ В СВИНЦЕ, ВЕРКБЛЕЕ, ВАТЕРЖАКЕТНЫХ ШЛАКАХ И НЕКОТОРЫХ ПОРОШКАХ

(Краткое содержание доклада)

В настоящем сообщении излагаются составляющие общий комплекс методические работы, выполненные в Государственном научно-исследовательском институте цветных металлов.

1. Анализ порошков на свинцовой и цинковой основах на содержание Ge, In, Tl в интервале содержаний 0,001 ÷ 0,1 %. Спектры возбуждались в дуге переменного тока. При определении In и Ge пробы вводились в дугу на бумажных полосах, при определении Tl — на вращающемся кольцевом электроде. Аналитические пары линий: Ge 2691,35 — Bi 2809,63; In 3256,09—Bi 2809,63; Tl 3775,72 — Bi 3596,11 Å. Средняя относительная погрешность трехкратного определения Ge составляет 7 %, In — 7 %, Tl — 11 %. Длительность анализа 2—5 час.

2. Анализ отвальных продуктов обогащения свинцовых руд и шлаков ватержакетной плавки веркблея на свинец в дуге переменного тока с прерывателем в цепи поджига по методу трех эталонов. Аналитические пары линий: Pb 2802,0 (или Pb 2663,2) — Bi 2696,6 Å. Пробы отвальных продуктов вводились в дугу испарением из кратера угольного электрода, или, что более предпочтительно, на вращающемся кольцевом электроде. Определение свинца (интервал концентраций 0,05÷1,0%) занимает 45 мин. Пробы ватержакетных шлаков вводились в дугу только на кольцевом электроде. Для перевода сульфидных форм свинца в окисные применялось прокаливание проб. Интервал определяемых концентраций свинца 0,5÷3,5 %.

3. Определение следующих примесей в веркблее в дуге переменного тока с прерывателем по методу трех эталонов (табл. 1):

Таблица 1

Примеси	Интервал концентраций, %	Аналитическая линия, Å	Линия сравнения Pb, Å	Ошибка анализа, %
Ag	0,0004÷0,003	3280,7	3118,9	4
Bi	0,003 ÷0,03	3067,7	3118,9	2
Cu	0,0004÷0,005	3247,6	3118,9	4
Sb	0,01 ÷0,05	2598,1	3118,9	6
Sb	0,5 ÷4	3029,8	3118,9	3
Zn	0,0004÷0,01	2138,6	Фон	8

Установлено, что повышение чувствительности анализа свинца на цинк и другие примеси может быть достигнуто следующим образом. Навеска свинца массой в 8 г, положенная на металлическую подложку, устанавливается против угольного противоэлектрода. Вскоре по включении дуги, горящей при силе тока 18 А, навеска расплавляется, после чего начинается экспозиция. Перевод свинца в расплав обеспечивает непрерывное поступление примесей из глубинных слоев пробы на поверхность, что приводит к значительному повышению чувствительности определения. Найденный прием повышения чувствительности применим и в других случаях.

4. Анализ свинца на примеси в дуге переменного тока с прерывателем по методу трех эталонов (табл. 2):

Таблица 2

Примеси	Интервал концентраций, %	Аналитическая линия, Å	Линия сравнения Pb, Å	Ошибка единич. определен., %
Ag	0,0003÷0,015	3280,68		6—7
Cu	0,0005÷0,01	3247,54	3118,92	6—7
SB	0,004 ÷0,1	3067,71		3
bi	0,0005÷0,08	2311,46	2332,42	7
Sn	0,001 ÷0,08	3034,12	3118,92	6
Zn	0,0001÷0,01	2138,56	Фон вблизи	7
Zn	0,01 ÷0,5	3345,57	линии 3118,92	
As	0,0005÷0,005	2349,84	2332,42	7
Mg	0,001 ÷0,02	2852,12	2926,64	7
			или 3118,92	
Ca	0,002 ÷0,01	4226,72	4340,43	9
Na	0,0006÷0,02	3302,32	3118,92	6

5. Предложен также прием изготовления эталонов для спектрального анализа свинца на примеси в виде синтетических эталонов-брикетов. Процесс приготовления эталонов сравнительно прост и недорог. Спрессованные эталоны-брикеты по своим механическим качествам весьма близки к литому свинцу.

В. Д. ПИСАРЕВ, А. В. КОРНИЛОВ и З. П. КОСТРОВА

СПЕКТРАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ ОЛОВЯНИСТЫХ БАББИТОВ

(Краткое содержание доклада)

Разработана методика количественного анализа баббитов Б-83 и Б-89 на содержание элементов, приведенных в таблице:

Определяемый элемент	Длины волн аналитических пар линий, Å	Определяемые концентрации, %	Средняя арифметическая ошибка, %
Cu	Cu 2369,88 — Sn 2368,22	2,5÷6,5	± 2,7
Sb	Sb 2670,64 — Sn 2661,24	7,5÷12	± 2,2
Pb	Pb 2802,00 — Sn 2785,03	< 0,35	±10
Bi	Bi 3067,71 — Sn 3223,57	< 0,05	±10
Fe	Fe 2755,73 — Sn 2785,03	< 0,1	±10
As	As 2349,84 — Sn 2368,22	< 0,1	±20

Спектры возбуждались от генератора ИГ-2 между электродами из исследуемого баббита; емкость 0,02 μF, самоиндукция 0,55 mH, искровой промежуток 2 мм, сила тока в первичной цепи трансформатора 3 А, напряжение в первичной цепи 220 V, во вторичной — 10 kV. Фотографировались спектры на спектрографе ИСП-22, щель 0,025 мм, экспозиция 1 мин без обыскривания.

Эталоны готовились путем последовательного разбавления оловом (марки О1) специально приготовленного сплава, содержащего Cu, Sb и примеси в количествах, бо́льших чем в баббите Б-83.

Быстрота и точность анализа удовлетворяют требованиям производства.

И. В. ГРАНОВСКИЙ и Н. П. КУЗЬМИНА

СПЕКТРАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ МАРТЕНОВСКИХ И ДОМЕННЫХ ШЛАКОВ ИЗ РАСТВОРОВ

(Краткое содержание доклада)

Современная технология производства стали и чугуна требует экспрессного проведения полного анализа мартеновских и доменных шлаков. Мы разработали метод спектрального анализа шлака из раствора. Полное растворение шлака производилось при следующих условиях: 0,25 г тщательно отмагниченного и истертого до пудры шлака обрабатывается 100 мл горячей (60—70°) воды с последующим добавлением 20 мл концентрированной (уд. в. 1,40) HNO_3. После 1—1,5-минутного взбалтывания раствор охлаждается и доводится водой до 250 мл. Для введения раствора в источник возбуждения применялся фульгуратор из плексигласа с платиновой проволочкой, вклеенной в дно фульгуратора для контакта. В центре фульгуратора укреплялся медный вкладыш — стержень длиной 10 мм, имеющий центральное осевое отверстие ϕ 1,2 мм. Верхним электродом служил медный стержень ϕ 6 мм, заточенный на плоскость. Спектры возбуждались в дуге переменного тока с приставкой позволяющей работать при малых токах [1]. Емкость конденсатора колебательного контура 0,002 μF вместо 0,01 μF. Сила тока 2,5 А, расстояние между электродами 2 мм. Эталонами служили стандартные образцы шлаков Уральского института черных металлов СО № 80 и СО № 79 и химически проанализированные пробы шлаков завода. При объективном фотометрировании элементом сравнения служило олово: к 20 мл раствора шлака добавлялось 5 мл раствора хлористого олова, содержащего 30 мг олова на 1 мл. При работе по методу фотометрического интерполирования элементом сравнения служил хром: раствор бихромата калия, содержащего 27,5 мг хрома в 1 мл, вводился в количестве 10 мл непосредственно в мерную колбу с раствором шлака и затем доводился до метки. Метод трех эталонов не уступает по точности химическому методу. Длительность одного анализа на 6 компонентов 1 ч. 20 м.— 1 ч. 40 м. Метод фотометрического интерполирования, несколько менее точный, вполне достаточен для экспресс-анализа. Длительность одного анализа на 6 компонентов — 32 мин.

Сталинский металлургический завод
им. И. В. Сталина

Цитированная литература

1. Абрамсон И. С., Завод. лабор., 16, *4*, 464 (1950).

О. И. НИКИТИНА

О СПЕКТРАЛЬНОМ АНАЛИЗЕ ШЛАКОВ

(Краткое содержание доклада)

Автором разработан метод спектрографического анализа составляющих мартеновского шлака по одной спектрограмме.

В целях исключения влияния третьих элементов производились опыты: а) с разбавленными растворами и б) с разбавленными мелкодисперсными твердыми смесями.

а) Метод анализа растворов. При растворении шлака посредством сплавления его с углекислыми солями в раствор переводились все элементы, кроме кремния. Спектр раствора возбуждался при помощи ИГ-2 (C=0,012 μF, L=0,15 mH); подставной электрод — графитовый стержень, заточенный на усеченный конус; нижний электрод — вращающийся медный диск, смачиваемый раствором. Внутренний стандарт — хлористый никель. Аналитические пары линий: Ca 3158,87—Ni 3145,72 Å, Mn 2939,31—Ni 2821,29 Å, Mg 2852—Ni 2821,29 Å. Относительная погрешность определения элементов ± 5%.

б) Из различных способов анализа твердых смесей наилучшим оказался метод брикетов с применением генератора ИГ-2 ($C=0{,}006\ \mu F$, $L=0{,}55$ mH, $I=0{,}8$ A). Время обыскривания 60 сек, экспозиция 45 сек. Состав брикетов: 0,1 г шлака, 0,3 г TiO_2, 2 г графита, брикет ф12 мм. Графики строились по методу трех эталонов. Аналитические пары линий и относительные ошибки определения отдельных элементов следующие: Ca 3158,87 — Ti 3194,76 Å (± 4,9 %); Si 2881,58 — Ti 2956,13 Å (± 2,4 %); Mn 2939,31 — Ti 2938,70 Å (± 3,7 %); Fe 2755,74 — Ti 2764,21 Å (± 5,8 %); Mg 2798,02—Ti 2810,30 Å.

Украинский
научно-исследовательский
институт металлов

Б. М. ЯКОВЛЕВ и А. Я. ПОРХУНОВА

СПЕКТРАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ ШЛАКОВ

(Краткое содержание доклада)

Для контроля процессов, происходящих в вагранках и электропечах, разработан метод спектрального анализа шлаков. Концентрации основных составляющих этих шлаков меняются в следующих пределах: SiO_2 40÷60%, Al_2O_3 3÷20%, MnO 1÷16%, CaO 3÷35%, MgO 0,4÷1,5%, FeO общее 2÷30%. Проба подавалась в дугу переменного тока на движущейся медной пластинке.

Анализ проводился методом трех эталонов. Из производственных образцов шлаков подбирались две системы эталонов — из вагранки и из электропечи. Применялись следующие аналитические линии: Si 2532,06 — Cu 2485,8 Å; Fe 2823,23, Ca 3158,87*, Mn 2933,06, Al 3082,16, Mg 2802,83 Å, линия сравнения — Cu 3073,8 Å.

Разработанная методика позволяет определять основные составляющие шлаков в течение 1 час с погрешностью, не превышающей в большинстве случаев 5 %.

Гос. автомобильный завод
им. В. М. Молотова

В. В. НАЛИМОВ и К. И. ИОНОВА

К ВОПРОСУ О ВЛИЯНИИ «ТРЕТЬИХ ЭЛЕМЕНТОВ» ПРИ СПЕКТРАЛЬНОМ АНАЛИЗЕ ШЛАКОВ С ИСКРОВЫМ ВОЗБУЖДЕНИЕМ**

(Краткое содержание доклада)

Цель настоящей работы — детально изучить наблюдаемое нами явление смещения градуировочных графиков под влиянием «третьих элементов» при спектральном анализе шлаков и выяснить, возможно ли избавиться от этого влияния или хотя бы уменьшить его, не меняя принципиально метода анализа. Для анализа применялись таблетки, спрессованные из шлака и порошковой меди, искровой источник возбуждения, собранный по схеме Райского, и линии меди — для сравнения.

Исследования показали, что под влиянием «третьих элементов» происходит изменение абсолютной интенсивности линий меди, принятых в качестве линий сравнения, а также изменение абсолютной интенсивности линий элементов, входящих в шлак.

В связи с этим была сделана попытка использовать в качестве линий сравнения линии какого-либо элемента, входящего в состав шлака. Были построены графики в параметрах

$$\Delta S - \lg\frac{CaO}{SiO_2},\ \lg\frac{FeO}{SiO_2},\ \lg\frac{MnO}{SiO_2},\ \lg\frac{CaO}{FeO},\ \lg\frac{MnO}{FeO},\ \lg\frac{MgO}{FeO},\ \lg\frac{CaO}{MnO},\ \lg\frac{MgO}{MnO},\ \lg\frac{CaO}{MgO}.$$

На большом материале показано, что вероятные ошибки при использовании отношений различных линий колеблются в пределах 7,5÷18 %. Исключением явилось отношение $\frac{CaO}{SiO_2}$, для которого ошибка составляет 3,6 %.

---

* Используется только для шлака из вагранки.

** В работе принимал участие М. П. Сундарцев.

Анализ углов наклона градуировочных графиков показывает, что в этом слу-ае основную формулу спектрального анализа $I_1/I_2 = aC^b$ нужно заменить обоб-ценной эмпирической формулой:

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{a_1 C_1^{b_1} C_2^{b_3}}{a_2 C_2^{b_2} C_1^{b_4}}, \qquad b_1 - b_4 = b_2 - b_3 = k, \qquad (1)$$

це C_1 и C_2 — концентрации анализируемых элементов, b_1 и b_2 — величины, харак-еризующие реабсорбцию, b_3 и b_4 — величины, характеризующие взаимное влия-ие элементов, k — тангенс угла наклона градуировочного графика. Авторы вы-снили, что формула (1) дает возможность оценить степень взаимного влияния лементов и объясняет случаи, когда $k > 1$.

Выяснено также влияние «третьих элементов» на изменение температуры озбуждения. Это изменение грубо оценено в ± 50—60°. Авторы установили, что ошибке определения указанных выше отношений, за исключением $\frac{CaO}{SiO_2}$, изме-ение температуры играет незначительную роль.

Полученные результаты можно объяснить следующим образом. В громадном ольшинстве шлаков основная масса CaO и SiO_2 образует минерал дикальцийсиликат, стойчивый при высокой температуре. Под влиянием «третьих элементов» изменяется бсолютное число молекул этого минерала, уходящих с электрода, но не меняется тносительное количество Ca и Si, поступающих в облако. Остальные элементы об-азуют многообразие различных минералов или входят в твердые растворы в другие инералы в разных количествах и потому их относительное количество, поступающее облако, изменяется под влиянием «третьих элементов», что и приводит к большим шибкам.

Казахский металлургический завод

С. А. БОРОВИК

НОВЫЙ ПРИЕМ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ДУГИ ПОСТОЯННОГО И ПЕРЕМЕННОГО ТОКА ДЛЯ СПЕКТРАЛЬНОГО АНАЛИЗА ПОРОД И МИНЕРАЛОВ

(Краткое содержание доклада)

С целью более полного использования фракционной дестилляции электроды дуги асполагаются не один над другим, как обычно, а наклонно друг к другу под некоторым глом к вертикали. Это дает, кроме того, возможность насыпать анализируемую робу в оба угольных электрода. Дуга горит наподобие пламени свечи, вполне стойчиво; можно использовать различные участки этого пламени. Материал робы поступает с обоих угольных электродов и таким образом повышается чувстви-ельность анализа; возможность сжигания одновременно большого количества мате-иала обеспечивает лучшее усреднение анализа пробы. Конструкция держателей лектродов дает возможность использовать для этой дуги штатив Грамона, изготовляе-ый нашей оптической промышленностью.

Исследование различных участков пламени этой дуги показало, что на большом го протяжении наблюдается постоянство как абсолютной, так и относительной интен-ивности линий; возможность проектирования этого участка пламени в виде проме-куточного изображения при применении трехлинзового осветителя создает благо-риятные условия для количественного спектрального анализа.

Спектр верхнего участка пламени содержит, главным образом, линии с малым отенциалом возбуждения.

Молекулярные спектры тоже обнаруживают различие в распределении интенсив-ости по высоте пламени; это дает возможность избавиться от мешающего действия олос и использовать чувствительные линии некоторых элементов (Rb, редкоземель-ых).

Институт геологических наук
Академии наук СССР

А. К. РУСАНОВ

ГОРИЗОНТАЛЬНАЯ ДУГА ПЕРЕМЕННОГО ТОКА КАК ИСТОЧНИК ВОЗБУЖДЕНИЯ СПЕКТРА РУД И МИНЕРАЛО

(Краткое содержание доклада)

Исследовалось применение угольной дуги переменного тока (220 V, 15 A) межд горизонтальными электродами при анализе руд и минералов с добавлением к послед ним смеси сернокислого стронция с угольным порошком для стабилизации температур пламени.

При одновременном испарении пробы из двух электродов образуется устойчивы язык пламени, разные участки которого различаются между собой температуро и концентрацией элементов. Это дает возможность использования тех участков плам ни, для которых излучение линий анализируемых элементов является оптимальным

Исследование распределения интенсивности линий в пламени дуги показало, чт области пламени, излучающие как дуговые так и искровые линии наибольшей интен сивности, всегда сосредоточены вблизи электродов и соприкасаются с каналами, и которых в пламя поступают продукты испарения веществ. Эти области пламен напоминают факелы газов, вырывающихся из отверстий электродов и отклоняемы вверх струями воздуха.

Измерение распределения концентрации элементов в различных участках газово го облака дуги показало, что усиление линий вблизи электродов определяется повы шением концентрации элементов в этих областях.

Вычисление температуры дуги по отношению интенсивностей линий Bi 2938,3 и Bi 2989,05 Å показало, что температура 5300° К в центре пламени между электродам сравнительно мало изменяется при приближении к электродам. Напротив, перехо от центра пламени кверху сопровождается быстрым падением температуры.

Как показали наблюдения, падение температуры при переходе от центра дуг к верхнему концу пламени вызывает более быстрое ослабление полос циана по сравне нию с аналитическими линиями элементов, обладающих низкими потенциалами воз буждения. Это позволяет выбирать при анализе те участки пламени, в которых ли нии определяемых элементов не маскируются полосами циана.

Одновременное испарение пробы из двух горизонтальных электродов вызывае симметричное распределение интенсивности линий в области дуги, мало зависящее о состава пробы и свойств элементов. При замене переменного тока на постоянны распределение интенсивностей линий в пламени становится неравномерным и зависи от состава пробы и свойств элементов. При этом особенно отчетливо проявляетс полярность электродов, приводящая к прикатодному усилению линий элементов с сравнительно невысокими потенциалами ионизации. Поэтому применение дуги по стоянного тока при работе с горизонтальными электродами затрудняет количествен ный анализ проб руды.

Практика нескольких лет применения угольной дуги переменного тока с горизон тальными электродами показала ее целесообразность для количественного анализ порошкообразных проб. При анализах по методу измерения относительной интенси ности линий обычно достигается точность (средняя вероятная ошибка) в ±6 % пр трехкратном фотографировании спектра.

Всесоюзный институт
минерального сырья

Е. Н. ЛЕСНИКОВА

СПЕКТРАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ РУД НА СОДЕРЖАНИЕ ТИТАНА И ВАНАДИЯ

(Краткое содержание доклада)

Автором разработана спектрально-аналитическая методика, позволяющая испол зовать единые стандартные эталоны для анализа различных по составу руд и колош никовой пыли на содержание TiO_2 и V_2O_5. Эта методика дает возможность и ключить влияние «третьих элементов» и минералогического состава. Применялас стандартная спектральная аппаратура; спектры возбуждались в дуге переменного т ка. Составлялась смесь 1 весовой части анализируемой пробы с 2 частями плавн (состав плавня — 3 части безводной соды и 5 частей перекиси натрия), которая ра тиралась в агатовой ступке; смесь наносилась на железную пластинку и сплавлялас

в течение 2 мин при температуре 800—850° С. Пластинка с пробой служила электродом и во время съемки перемещалась от руки. Постоянные электроды — медные стержни ф 8 мм, заточенные на конус с площадкой в 1 мм². Анализ проводился по методу трех эталонов.

Эталонами для определения ванадия служили стандартные образцы № 2, № 4а и № 25а Уральского института черных металлов, для определения титана — те же образцы № 2. № 4а и проба № 3 титано-магнетитовой руды. Применялись следующие аналитического пары линий: V 3183,99 — Fe 3184,9 Å и Ti 3361,41 — Fe 3366,70 Å. Средняя относительная погрешность определения ванадия ±6 %, титана — ±5 %.

Уральский гос. университет
им. А. М. Горького

Я. Д. РАЙХБАУМ и Е. С. КОСТЮКОВА

СПЕКТРАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ ПРИ КОНТРОЛЕ ПРОЦЕССОВ ОБОГАЩЕНИЯ РУД ЦВЕТНЫХ МЕТАЛЛОВ

(Краткое содержание доклада)

При контроле процессов обогащения руд цветных металлов спектральный анализ ведется преимущественно с использованием полного испарения пробы из кратера угольного электрода, что вынуждает пользоваться небольшими навесками.

Проведенный авторами систематический анализ ошибок пробоотбора показал, что их величина находится в соответствии с формулой пробоотбора, применяемой в микрохимии, для навески, отобранной из одного места. Опыт показал, что для неокисленных руд ошибка пробоотбора уменьшается пропорционально $\sqrt{n}$, где n — число отдельных порций, взятых от разных мест. Для руд с более равномерным распределением металла увеличение n сказывается в меньшей степени.

Применение буферной смеси, значительно снижая ошибки возбуждения в разряде, уменьшает количество пробы, что приводит к росту ошибки пробоотбора. Поэтому при малых концентрациях металла в пробе увеличение степени разведения вначале сопровождается повышением точности анализа, но в дальнейшем погрешность определения вновь возрастает. Погрешности, связанные с неравномерностью распределения металла в продуктах обогащения, имеют значительную величину и ограничивают применение метода полного испарения в области малых концентраций. При более высоких содержаниях (более 0,1 %) эти погрешности вполне могут быть сведены к допустимым пределам.

Авторы предлагают следующий порядок пробоотбора:

1) измельчение образцов до 200 меш,
2) отбор навески 1—2 г от измельченной пробы вычерпыванием,
3) дополнительное истирание навески в ступке,
4) отбор навески в 0,1 г вычерпыванием не менее чем из десяти мест,
5) перемешивание этой навески с буферной смесью в ступке с добавлением спирта в течение 3—5 мин,
6) набивка образцов из разных мест смеси, полученной по п. 5, в два электрода для двух параллельных определений.

При анализе применяются спектрографы КС-55 и ИСП-22. Анализ ведется с введением в пробы внутреннего стандарта и учетом фона по интенсивностям. Вероятная погрешность определения лежит в пределах 6 ÷ 9%. Разбрасывание пробы в дуге снижают цементированием проб в углях 40%-ным раствором сахара и предварительным прогревом электродов. Для анализа летучих компонентов используется искра по схеме Райского; при этом проба набивается в фарфоровый цилиндр; предварительное обыскривание 2 мин. При производстве анализов минералогический состав руды учитывается соответствующим подбором эталонов.

Н. И. ГРУЗДЕВА, В. Н. ДОРОНИНА и М. Ф. ФЕДОРОВ

КОЛИЧЕСТВЕННЫЙ СПЕКТРАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ БЕДНЫХ ПРОДУКТОВ ОБОГАЩЕНИЯ РУД

(Краткое содержание доклада)

Характерной особенностью продуктов обогащения руд является сложный валовой состав их, меняющийся от одного сорта продуктов к другому для одной и той же руды, что приводит к сдвигу графиков при анализе. Чтобы валовой состав эталонов соответ-

ствовал валовому составу проб, эталоны готовятся для каждого сорта продуктов из материала наиболее бедной пробы данного сорта. Содержание определяемой примеси в этом материале называется остаточной концентрацией x. Подмешивая к материалу различное количество окиси определяемого элемента, получают эталоны с содержанием последнего, равным: x, $(x+a_1)$, $(x+a_2)$ и $(x+a_3)$%. При небольших концентрациях и силах тока дуги интенсивность спектральной линии пропорциональна концентрации: $I=aC$. Остаточная концентрация x определяется графически. Переход от почернений на фотопластинке к интенсивностям производится при помощи ступенчатого ослабителя.

Анализ ведется методом трех эталонов. Проба весом 2 г и размером 150 меш вводится в дугу переменного тока (генератор ПС-39) на медном диске, подающем пробу со скоростью 1 мм сек$^{-1}$. Верхний электрод — медный диск ф 40 мм, вращающийся со скоростью 20 об мин$^{-1}$. Промежуток между электродами — 3 мм. Сила тока дуги 2 ÷ 6 А, в зависимости от сорта продуктов. В качестве внутреннего стандарта в пробы и эталоны вводится кадмий. Используются спектрографы КС-55 и ИСП-22.

Таким способом определяются Pb, Zn, Sn, Mo, W, Co, Ni, In. Анализ ведется по наиболее ярким и свободным от наложений линиям этих элементов в интервале концентраций от предела чувствительности элемента до 0,5%. Средняя квадратичная относительная ошибка определения составляет около 5%.

Институт «Механобр»

А. А. НАДЕЖДИНА

ПРОМЫШЛЕННОЕ ПРИМЕНЕНИЕ СПЕКТРАЛЬНОГО МЕТОДА АНАЛИЗА ЖЕЛЕЗНЫХ РУД НА БЕЛОРЕЦКОМ МЕТАЛЛУРГИЧЕСКОМ КОМБИНАТЕ

(Краткое содержание доклада)

Поставляемая доменному цеху комбината руда имеет паспорт с данными химического анализа только на железо, MnO и P_2O_5, что является недостаточным для правильного ведения доменной плавки. Автором разработаны спектральные методы анализа железных руд на содержание Fe, SiO_2 на стилометре и на содержание Fe, SiO_2, Al_2O_3, MnO, MgO на спектрографе.

При работе на стилометре навеска мелкоистертой руды смешивается с медным порошком и окисью цинка и брикетируется под давлением 6,5 т см$^{-2}$. Спектр пробы возбуждается в разряде конденсированной искры. Вспомогательным электродом служит латунный стержень. Каждая проба замеряется 5 раз, среднее значение служит для определения концентрации элемента по градуировочной кривой, построенной по эталонам. Аналитические пары линий: Fe 5232,94 — Cu 5292,517 Å; Si 6371,36 — Zn 6362,347 Å. Продолжительность анализа 15 мин.

При анализе руд на спектрографе по методу трех эталонов источником возбуждения является искра по схеме Райского. Навеска руды смешивается с медным порошком и брикетируется под давлением 3,5 т см$^{-2}$. Вспомогательным электродом служит никелевый стержень. Из каждой пробы изготовляется пять отдельных брикетов. Результатом анализа пробы является среднее из пяти определений. Аналитические пары линий: Fe 3083,74 — Ni 3080,76 Å; Al 3082,155 — Ni 3080,76 Å; Mg 3096,90 — Ni 3080,76 Å; Si 2881,58 — Ni 2865,5 Å; Mn 2879,49 — Ni 2865,5 Å.

Продолжительность анализа одной пробы (пяти брикетов) 3 часа. В качестве эталонов подбирались образцы железных руд эксплуатируемого месторождения, которые анализировались химическим путем.

М. М. КЛЕР

МЕТОДИКА ПРИБЛИЖЕННОГО КОЛИЧЕСТВЕННОГО СПЕКТРАЛЬНОГО АНАЛИЗА

(Краткое содержание доклада)

Автором разработан метод приближенного количественного анализа, являющийся видоизменением метода «появления линий», предложенного в 1935 г. В. К. Прокофьевым, и рассчитанный на применение только одной аналитической линии каждого определяемого элемента. Спектр образца фотографируется с многоступенчатым ослабителем или вращающимся сектором, обеспечивающими равномерное уменьшение логарифма пропускаемости от первой до последней ступени, так что интенсивность спектральных линий уменьшается на три порядка величины (например данные ослабителя: $\lg I=2,0$; 1,66; 1,33; 1,0; ...; $\bar{1},33$; $\bar{1},00$). При помощи эталонных образцов составляют таблицу или строят твердый график, показывающие, сколько ступеней аналитической линии определяемого элемента появляется при различных концентрациях его в пробе.

Ошибка метода составляет при образцах одного сорта ±13—25 % относительных. Ошибки, связанные с резким изменением валового состава проб, в неблагоприятных случаях могут приводить к ошибкам на порядок величины.

Преимущества описанного метода ослабления интенсивности спектральных линий на три порядка величины перед другими методами приближенного спектрального анализа — простота оценки количественного содержания, возможность охвата большого числа определяемых элементов (40—50), быстрота выполнения анализа и в очень широкой области содержаний.

Метод применяется рядом организаций в течение длительного времени и оказался особенно полезным в условиях геологических экспедиций.

Химический институт
Ленинградского гос. университета

М. И. БЕЛОУСОВА

МЕТОДИКА ПОЛУКОЛИЧЕСТВЕННОГО СПЕКТРАЛЬНОГО АНАЛИЗА РУД

(Краткое содержание доклада)

Автор применял разбавление проб и эталонов буферной смесью из графита и соды : дополнительным введением соды в разряд [1]. При каждом разбавлении графитовый порошок составляет 50 %, остальное — сода и проба (или составные элементы эталона). Эталоны содержат определяемые элементы в концентрациях 1,0, 0,3, 0,1, 0,03, 0,01,),003, 0,001 %. Пробы разбавляются буферной смесью в 3, 10, 30и 100 раз.

Образцы проб и эталонов плотно набиваются в кратер ϕ 2 мм, глубиной 5 мм, высверленный в стандартном спектральном угле; поверх пробы наносится капля раствора соды. Для введения избытка ионов Na^{+} в дугу [1] нижний электрод обертывается спектрально чистой марлей, смоченной в концентрированном растворе соды, которая дополнительно посыпается прокаленной содой.

Образцы сжигаются в дуге переменного тока при силе тока 7 А; дуговой промежуток 3 мм. Спектры снимаются при помощи спектрографа ИСП-22 через стандартный 3-ступенчатый ослабитель; щель 0,008 мм; пластинки диапозитивные, чувствительностью 0,25 ед. ГОСТ, экспозиция 6 мин.

По каждому анализируемому элементу строятся твердые градуировочные графики в координатах: номер последней видимой ступени—концентрация элемента в процентах [2] для нескольких аналитических линий различной чувствительности. По этим графикам и производится анализ проб неизвестного состава; процент разбавления их буферной смесью соответственно учитывается. На каждой пластинке рядом с пробами, снятыми через 8-ступенчатый ослабитель, всегда фотографируется спектр одного из стандартов, который служит для контроля постоянства условий фотопроцесса. Градуировка производится для каждой новой партии фотопластинок.

Этим методом возможно определение Al, Ba, Be, V, Fe, Ca, Si, Mg, Cu, Ag, r, Ti, Cr — с чувствительностью до 0,0001%, Bi, W, Ga, Mo, Ni, Sn, Zr, In — до ,001%, Co, Li, Mn, Pb, Tl, Ge — до сотых долей %, Cd, Sb, Zn — до десятых долей %, ls, P и Te — не ниже 1 %.

Анализировались руды железные, марганцевые, сульфидные, концентраты и хвосты обогащения цинковых, свинцовых, медных, железных и комплексных руд. Относительная погрешность спектрального определения по сравнению с химическим колеблется в пределах ±50%.

Наш метод позволяет производить одновременное полуколичественное определение около 30 различных элементов в рудах самого разнообразного состава, начиная с содержаний порядка 30—40%. Один аналитик за смену может произвести полный анализ пробы любой сложности.

Гос. научно-исследовательский институт цветных металлов

Цитированная литература

1. Русанов А. К., Спектральный анализ руд и минералов.— Госгеолиздат, М., 1948.
2. Клер М. М., Изв. АН СССР, Серия физич., 18, 2, 291 (1954).

К. А. СУХЕНКО

ИЗГОТОВЛЕНИЕ И ИССЛЕДОВАНИЕ ЭТАЛОНОВ ДЛЯ СПЕКТРАЛЬНОГО АНАЛИЗА

(Краткое содержание доклада)

С 1941 г. мы проводим систематическую работу по изготовлению, исследованию и выпуску эталонов. Массовое внедрение методов спектрального анализа привело к росту потребности в эталонах. Например, только в 1951 г. 110 заводам различных министерств было разослано 322 комплекта эталонов различных сплавов. В связи с этим нами разработаны способы изготовления эталонов сталей, чугунов, бронз, алюминиевых и магниевых сплавов. Установлена возможность массового изготовления таких эталонов путем литья в кокили различной конструкции, методами непрерывного и прецизионного литья и путем литья с последующим прессованием.

Изучены также методы исследования в заводских лабораториях химического состава и однородности эталонов и приемы сопоставления спектральных характеристик с химическим составом.

Показана возможность спектрального определения химического состава эталонов путем их перевода в растворы и порошки.

Для кобальтовых и никелевых сплавов изучена зависимость спектральных данных от диаметра образцов, а для чугуна — при отливке в землю и кокиль.

В результате исследований изготовлены и широко внедрены в промышленность эталоны более тридцати сплавов на основе железа, кобальта, никеля и меди.

Всесоюзный институт авиационных материалов

С. И. КАНЕ и М. М. КЛЕР

КОЛИЧЕСТВЕННЫЙ СПЕКТРАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ ПРИ ПРОИЗВОДСТВЕ НОРМАЛЬНОГО ЭЛЕКТРОКОРУНДА

(Краткое содержание доклада)

Настоящая работа предусматривает прямое определение в штанговых пробах электрокорунда следующих примесей: SiO_2, TiO_2, Fe_2O_3, CaO, MgO; содержание главной составляющей — Al_2O_3 (75 ÷ 90 %) — определяется по разности 100 — Σ % примесей. Были использованы спектрограф ИСП-22, микрофотометр МФ-2, спектропроектор ПС-18 и генератор дуги ПС-39; пластинки диапозитивные, чувствительностью 3° Х и Д. Были также выяснены условия наиболее стабильной работы генератора. Эталонные пробы были получены путем тщательного химического анализа восьми образцов, охватывающих диапазоны концентраций интересующих нас элементов.

Электроды были изготовлены из электролитической меди. Проба весом 0,25 г насыпалась на пластинчатый электрод в виде полоски 60 × 10 × 0,3 мм, который перемещался со скоростью 50 мм за 54 сек. В качестве аналитических линий были взяты Mg 2852,13, Si 2881,6, Fe 3020,64, Ti 3361,2 и Ca 3933,67 Å, линия сравнения — Cu 2961,2 Å. Строились твердые градуировочные графики в координатах $\frac{\Delta S}{\gamma}$, lg C. Фактор контрастности γ определялся по разности почернений линии Cu 2961 Å на двух ступеньках ослабителя.

Разработанная методика был опробована на одном из абразивных заводов. Она позволяет определить содержание Fe_2O_3, TiO_2, SiO_2, CaO и MgO со средней вероятной погрешностью ± 4,7 %, что дает возможность определить Al_2O_3 с вероятной погрешностью ±0,4÷±0,94 %. Продолжительность анализа 60 мин.

Всесоюзный научно-исследовательский
институт абразивов и шлифования
и
Ленинградский гос. университет
им. А. А. Жданова

О. П. МАЛКОВА и Н. К. РУДНЕВСКИЙ

СПЕКТРАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ ПУДРЫ НА КРЕМНИЙ И СВИНЕЦ ПРИ ПРОИЗВОДСТВЕ СИНТЕТИЧЕСКОГО КОРУНДА

(Краткое содержание доклада)

Разработана методика анализа пудры, применяемой для синтеза корунда, на содержание свинца в пределах 0,002 ÷ 0,006 % с вероятной погрешностью определения ± 10 % по методу трех эталонов. Проба вносилась в дугу переменного тока на перемещающейся медной пластинке. При определении Pb в пудре, содержащей добавки Cr, аналитическими линиями служили Pb 2614,18—Cu 2441,64 Å, при отсутствии Cr — также линии Pb 2614,18 — C 2768,88 Å.

Научно-исследовательский институт химии
при
Горьковском гос. университете

Г. А. ПЕДАН

МЕТОДИКА КОЛИЧЕСТВЕННОГО СПЕКТРАЛЬНОГО АНАЛИЗА ДИНАСА И КВАРЦИТОВ

(Краткое содержание доклада)

Проба динаса или кварцита тщательно измельчалась, просеивалась через сито (4900 отв $см^{-2}$) и помещалась тонким слоем (0,13 мм) на медную пластинку, которая служила нижним электродом и передвигалась во время экспозиции. В качестве верхнего электрода применялся уголь, обеспечивающий более однородные условия испарения пробы. Анализ проводился на спектрографе ИСП-22. Спектры возбуждались в дуге переменного тока.

Для анализа применялись следующие пары линий: Fe 3083,74— Cu 3113,5 Å или Fe 2788,1 — Cu 2768,8 Å; Al 3092,7 — Cu 3113,5 Å; Mg 2802,69 — Cu 2768,8 Å; Mn 2801,06 — Cu 2768,8Å или Mn 2949,2 — Cu 3010,8Å; Ca 4226,72 — Cu 4242,26 Å.

Для нахождения погрешностей определения элементов Fe, Mn, Mg, Ca, Al был произведен 10-кратный анализ одной пробы на трех фотопластинках. Средняя относительная погрешность определения оказалась равной: для Fe_2O_3 — ±2,1% (абс. содерж. 1,87 %), Al_2O_3 — ±4,0 % (0,79 %), CaO — ±4,15 % (2,65 %), MgO — ±2,8 % (0,129 %) и MnO— ±4,2 % (0,0766 %).

Всесоюзный научно-исследовательский
институт огнеупоров

Н. А. КОКА и Г. А. САЛОМАТИНА

СПЕКТРОГРАФИЧЕСКОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПРИМЕСЕЙ В ДОЛОМИТЕ И ДИНАСЕ

(Краткое содержание доклада)

Авторами разработана методика спектрографического анализа доломита и динаса с использованием генератора дуги переменного тока системы Свентицкого.

Работа велась на спектрографе ИСП-22 с щелью 0,025 мм; освещение щели производилось трехлинзовым конденсором с диафрагмой на средней линзе для выделения центральной части дугового разряда. Анализ производился по методу трех эталонов. Проба и эталоны смешивались в пропорции 1 : 1 с окисью меди, которая одновременно служила в качестве буфера и внутреннего стандарта. Сжигание проб производилось в кратере нижего электрода (глубина 3—5 мм, ф 3 мм, толщина стенок 0,7 мм). Верхний электрод затачивался на полусферу и отстоял от нижнего на расстоянии 3 мм. Лучшие результаты анализа получаются при полном выгорании пробы, так как кальций и титан в угольных электродах образуют тугоплавкие, медленно испаряющиеся нитриды и карбиды. Время выгорания пробы составляет 4 мин для доломита и 2,5 мин для динаса.

Точность спектрографического анализа в описанных условиях не уступает химическому и вполне удовлетворяет технологическим требованиям.

Институт огнеупоров и стройматериалов
Академии наук Каз.ССР

Д. Н. ИВАНОВ

ОПЫТ ПРИМЕНЕНИЯ ИНТЕРФЕРЕНЦИОННЫХ СВЕТОФИЛЬТРОВ ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ НАТРИЯ И КАЛИЯ В ПОЧВАХ

(Краткое содержание доклада)

Определение натрия и калия в почвах производят путем перевода пробы в раствор, который при помощи распылителя вводят в пламя. Линии натрия и калия выделяют интерференционными светофильтрами, имеющими максимумы пропускания шириной порядка 100 Å в областях резонансных линий натрия (5890/95 Å) и калия (7665/90 Å).

Автор отмечает, что наибольшая монохроматичность фильтров достигается при работе с узкими световыми пучками, не превышающими 10—12°. Интенсивность линий натрия измеряется селеновым фотоэлементом, линий калия — сернистосеребряным.

Фотоэлементы попеременно включаются на зеркальный гальванометр чувствительностью 10^{-9} А. Пределы определения натрия от 0,0001÷0,006 %, калия — 0,0001÷÷0,01 %. В этих пределах сохраняется прямолинейность градуировочных графиков, построенных в координатах $\lg C$ (C — концентрация) и $\lg A$ (A — показание гальванометра).

Присутствие больших количеств железа, магния и алюминия (до 0,1 %) практически не влияет на определение щелочей. Присутствие же кальция заметно завышает данные анализа, так как широкая и интенсивная полоса кальция в области 6200 Å частично пропускается интерференционными светофильтрами. Учет фототока, вызванного излучением полосы кальция, производят применением дополнительного светофильтра с максимумом пропускания в области этой полосы и еще одного фотоэлемента (селенового), включенного навстречу фотоэлементам, предназначенным для определения натрия и кальция.

Средняя арифметическая погрешность определения натрия и калия в указанных выше пределах составляет ±5,0 % [1].

Почвенный институт им. В. В. Докучаева
Академии наук СССР

Цитированная литература

1. Иванов Д. Н., Почвоведение, *1*, 61 (1953).

П. Н. ИВАГИНА

СПЕКТРАЛЬНОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ МАГНИЯ В ИЗВЕСТИ

(Краткое содержание доклада)

Исследуемые образцы извести испарялись из спектрально чистого угольного электрода. Верхний электрод также был угольный. Спектры возбуждались в дуге переменного тока при силе тока (не менее) 6,5 А. Вследствие выбрасывания некоторого количества извести из отверстия угольного электрода в первые 3—5 сек горения дуги необходимо было производить предварительный обжиг проб. Аналитические линии — Mg 2783 — Ca 2997,3 Å. Анализ производился по методу трех эталонов. Эталоны готовились путем введения в гашеную известь определенных количеств раствора $MgSO_4$. После перемешивания и удаления влаги эталоны прокаливались при температуре 1050° С. При этом происходило образование окислов кальция и магния. Вероятная относительная погрешность определения Mg в извести составляет ± 8 %

Черноречениский химический завод
им. М. И. Калинина

Х. И. ЗИЛЬБЕРШТЕЙН и О. Н. НИКИТИНА

СПЕКТРАЛЬНОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ МАЛЫХ КОЛИЧЕСТВ КРЕМНИЯ И АЛЮМИНИЯ В РАСТВОРАХ

(Краткое содержание доклада)

Анализ производился в дуге переменного тока на спектрографе Q-24. На плоских торцовых поверхностях угольных электродов, предварительно покрытых защитной пленкой полистирола, выпаривалось по 0,07 мл испытуемого раствора, содержащего 5% (по объему) H_2SO_4. Опыты по рентгеновскому просвечиванию электродов с пробой раствора цезия наглядно показали, что пленка полистирола частично разрушается под действием горячей серной кислоты и весь сухой остаток закрепляется в торцовом слое угля толщиной 1,5—2 мм. Это обеспечивает эффективное использование пробы в дуге. Специальное исследование показало, что интенсивность дуговых линий Si и Al растет с увеличением содержания Na на электродах до некоторого предела, а затем падает. Исходя из этого, во все растворы вводилось оптимальное количество ($7 \cdot 10^{-3}$ г мл$^{-1}$) Na_2CO_3. Закрепление сухого остатка раствора в тонком торцовом слое угольного электрода и стабилизация дуги натрием обеспечили высокую абсолютную чувствительность обнаружения Si и Al ($1 \cdot 10^{-8}$ г) и отсутствие влияния больших количеств ряда посторонних элементов на результаты определений.

Количественный анализ проводился методом трех эталонов по почернениям линий Si 2516, 2882, 2506, 2519 и 2435 Å, Al 3082, 2568, 2660, 2652 Å в пределах концентраций: для Si $3,5 \cdot 10^{-7} \div 1,5 \cdot 10^{-4}$ г мл$^{-1}$ и для Al — $2,5 \cdot 10^{-7} \div 1 \cdot 10^{-4}$ г мл$^{-1}$. Средняя квадратическая ошибка определения Si — ±11%, Al — ±13%. Метод применялся для определения кремния и алюминия в промышленных и природных водах.

Институт химии силикатов
Академии наук СССР

Н. Н. КОЛЕСНИКОВ

СПЕКТРАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ СТРОНЦИЯ В АПАТИТАХ

(Краткое содержание доклада)

Попытки определения стронция в апатите при помощи дуги постоянного тока не дали положительных результатов: вследствие разбрызгивания расплава из угольного электрода и недостаточной стабильности источника возбуждения погрешность анализа составляет ±10—12 %. Перевод пробы в раствор позволяет использовать более стабильный источник возбуждения — искру и дает более удовлетворительные результаты.

Автор приготовлял раствор в отношении 1 : 1000 апатита в 0,25 %-ной азотной кислоте. Одна-две капли раствора наносились на отшлифованную торцовую поверхность цилиндрического медного электрода ϕ 6 мм так, чтобы вся поверхность

заполнялась жидкостью, которая затем высушивалась. Раствор наносился на оба электрода. Эталоны готовились из искусственной смеси фосфата кальция, близкой по составу к апатиту. Внутренним стандартом служил $BaCl_2$, вводимый в растворы эталонов и проб в количестве 10 % к общему весу растворенного вещества.

Спектры возбуждались генератором ИГ-2, включенным по сложной схеме при $L = 0{,}01$ mH, $C = 0{,}05$ μF и силе тока 2 А. Аналитические линии — Sr 4215,6 — Ba 4554,0 Å; межэлектродный промежуток 2 мм. Искра проектировалась (без линзы F=150 и зеркала) при помощи сферического конденсора на щель спектрографа КС-55 шириной 0,01 мм. Время экспозиции 1 мин; пластинки спектральные тип II, чувствительностью 150° Х и Д. Графики строились в координатах $\lg C_{Sr} - \lg \frac{I_{Sr}}{I_{Ba}}$ по 4—5 эталонам. Концентрация Sr в апатитах менялась в пределах $0{,}75 \div 8$ %. Многочисленные анализы показали, что средняя относительная погрешность метода не превышает ±3,0%.

Геологический институт
Кольского филиала АН СССР

В. М. КОЛОСОВА и В. И. ПАШКОВА

СПЕКТРОГРАФИЧЕСКОЕ ОТКРЫТИЕ СВИНЕЦ-СОДЕРЖАЩИХ ЯДОВ ВО ВНУТРЕННИХ ОРГАНАХ ЖИВОТНОГО ОРГАНИЗМА

(Краткое содержание доклада)

При помощи специально разработанного спектрального метода анализа производились очень важные с точки зрения судебной медицины исследования распределения свинца в организме, введенного в него в токсических дозах.

Спектры образцов возбуждались в дуге переменного тока и фотографировались при помощи спектрографа ИСП-22. Измерение спектрограмм производилось на микрофотометре МФ-2. Образец тщательно измельчался, высушивался в песчаной бане при 270° С в течение 7 час и затем тщательно растирался. Навеска в 50 мг вводилась в кратер угольного электрода ф 4 мм и глубиной 4 мм в четыре приема; общая экспозиция 2,5 мин. Эталоны готовились из соответствующих органов (подготовленных таким же образом, как и проба) путем введения в них растворов солей свинца (концентрация $1{,}5 \cdot 10^{-4} \div 10^{-2}$ %). Внутренним стандартом служил микроэлемент магний. Разработанный метод анализа отличается простотой, быстротой, достаточной точностью, протокольностью.

При помощи спектрального анализа органов большого числа животных, отравленных свинцом, было установлено, что в случае подозрения на отравление свинцом целесообразно в первую очередь исследовать печень, ребра и селезенку, так как количественные содержания свинца, обнаруженные в них, дают основание для ориентировочного заключения о введенных дозах и сроках отравления.

Выводы, основанные на анализе спектральных данных, подтверждают картину отравления.

Научно-исследовательский институт
судебной медицины
Министерства здравоохранения СССР

С. И. ДОРФМАН и С. А. ШИПИЦЫН

КОЛИЧЕСТВЕННОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ НЕКОТОРЫХ ЭЛЕМЕНТОВ В ГОЛОВНОМ МОЗГУ ЧЕЛОВЕКА

(Краткое содержание доклада)

Разработана методика количественного спектрального определения Ca, Cu, Fe, Mg, Mn, Pb, Si в разных участках головного мозга человека. Найдены наиболее вероятные концентрации элементов в гипофизе, мозжечке и в коре головного мозга. Значительное различие в концентрациях исследуемых элементов в этих отделах мозга авторы связывают с различным строением их и неодинаковыми функциями.

Иркутский
гос. медицинский институт

П. П. ФЕОФИЛОВ и Л. А. КУЗНЕЦОВА

СПЕКТРАЛЬНО-ЛЮМИНЕСЦЕНТНЫЙ МЕТОД ОПРЕДЕЛЕНИЯ СОДЕРЖАНИЯ ХРОМА В СИНТЕТИЧЕСКИХ РУБИНАХ

(Краткое содержание доклада)

Ионы хрома (Cr^{+++}), изоморфно входящие в кристаллическую решетку корунда (Al_2O_3), определяют интенсивную красную окраску и яркую характерную люминесценцию природных и синтетических кристаллов рубина. В связи с существованием зависимости механических и технологических свойств синтетических рубинов от концентрации хрома представляет интерес разработка метода количественного определения хрома в образцах рубина.

Исследование спектральных, кинетических и поляризационных характеристик люминесценции рубинов с различным содержанием хрома показывает, что изменение концентрации Cr влияет наиболее резко на спектры люминесценции: по мере роста содержания Cr в образце сильно возрастает относительная доля длинноволнового (инфракрасного) излучения. Оказалось, что отношение интенсивности инфракрасной части спектра излучения к интенсивности резонансного дублета Cr (6927 и 6942 Å) растет при увеличении концентрации Cr по экспоненциальному закону. Для определения указанного отношения применяется фотоэлектрическая методика (фотоумножитель или фотоэлемент с кислородно-цезиевым катодом). Выделение тех или иных областей спектра производится при помощи светофильтров. Методика позволяет достаточно быстро и точно (~5 %) определять содержание Cr в образцах любой формы без специальной обработки поверхности.

С. К. КАЛИНИН, А. А. ЯВНЕЛЬ и. Л. Э. НЕЙМАРК

АТЛАС ДУГОВОГО И ИСКРОВОГО СПЕКТРОВ ЖЕЛЕЗА

Сделано сообщение о содержании «Атласа дугового и искрового спектров железа», который уже вышел в свет (Металлургиздат, 1953 г.).

Б. С. НЕПОРЕНТ, В. В. ЗЕЛИНСКИЙ и В. П. КЛОЧКОВ

СРАВНИТЕЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ СПЕКТРОВ СЛОЖНЫХ ОРГАНИЧЕСКИХ СОЕДИНЕНИЙ В ПАРАХ И РАСТВОРАХ

(Краткое содержание доклада)

Ранее один из авторов [1] высказал предположение, что сплошные спектры сложных органических соединений обусловлены большой вероятностью W перераспределения колебательной энергии внутри молекулы. С целью экспериментальной проверки этого предположения авторы провели количественное исследование спектров флуоресценции и поглощения девяти производных фталимида (3-оксифталимида, 3-аминофталимида, 3-диметиламинофталимида, 3,6-диацетамидофталимида, 3-ацетамидо-6-аминофталимида, 3,6-диаминофталимида, 3-ацетамидо-6-диметиламинофталимида, 3,6-тетраметилдиаминофталимида и 3-диметиламино-6-аминофталимида) в газообразном и растворенном состояниях. Подтвердилось отсутствие принципиального различия между спектрами пара и раствора. Выяснилось, что вероятность W перераспределения колебательной энергии внутри молекулы увеличивается с понижением симметрии молекулы. С увеличением влияния замещающих групп на ядро фталимида наблюдается переход от модуляционных спектров к спектрам затухания [1]. Растворение сопровождается смещением спектра в красную сторону (за исключением 3,6-диацетамидофталимида). Величина и характер смещения определяются свойствами замещающих групп. При увеличении температуры влияние растворителя на спектр уменьшается — последний приближается к спектру пара. Предложенная ранее формула для описания формы спектральных кривых хорошо соблюдается.

Цитированная литература

1. Непорент Б. С., ЖФХ, 21, 1111 (1947); 24, 1219 (1950); 25, 172 (1951); Изв. АН СССР, Серия физич., 15, 533 (1951).

А. А. ШИШЛОВСКИЙ

МИКРОСПЕКТРОАБСОРБЦИОННЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ ГАЛОИДНЫХ СОЛЕЙ ТАЛЛИЯ И СВИНЦА

(Краткое содержание доклада)

Проведенное раньше исследование [1] спектров поглощения растворов галоидных солей таллия и свинца в присутствии избытка анионов галоида и сравнение их со спектрами монокристаллов щелочно-галоидных солей с примесью таллия и свинца показало наличие трех типов поглощающих центров, каждый из которых характеризуется триплетной структурой, свойственной возбужденным состояниям катионов. Первый тип поглощения соответствует полностью гидратированным катионам, второй — частично сольватированным и третий — полностью сольватированным катионам. Для выяснения происхождения тех или иных наблюдаемых полос автор исследовал ультрафиолетовые спектры поглощения микрокристаллов галоидных солей свинца и таллия до 200 mμ. Для измерения спектров была разработана специальная установка, состоящая из сочлененных соответствующим образом микроосветительных систем и спектрографа. В качестве источника ультрафиолетового излучения применялся разряд (дуговой или искровой). Положения максимумов поглощения получились следующие: $TlCl$ — 214, 244 mμ, $TlBr$ — 241, 268 mμ, $PbCl_2$ — 224, 274 mμ и $PbBr_2$ — 223, 251 и 338 mμ. Были исследованы также и иодиды, но ввиду наличия фотохимического разложения эти данные в дальнейшем не использовались. В спектрах обезвоженных солей коротковолновая полоса исчезает. Исходя из этого, автор заключает, что она связана с поглощающим центром второго типа. Это подтверждается также и тем, что положение этой полосы совпадает с максимумом полосы, наблюдаемой в спектрах разбавленных водных растворов солей таллия и свинца с умеренной концентрацией соответствующей щелочной соли. В соответствии с этой интерпретацией при увлажнении прокаленных солей восстанавливается прежний вид спектра.

Киевский гос. университет
им. Т. Г. Шевченко

Цитированная литература

1. Белый М. У., Кондиленко И. И. и Шишловский А. А., в Сборнике «Памяти Сергея Ивановича Вавилова», стр. 243.— Изд. АН СССР, М.— Л., 1952.

М. У. БЕЛЫЙ и А. А. ШИШЛОВСКИЙ

СПЕКТРЫ ПОГЛОЩЕНИЯ ЩЕЛОЧНЫХ РАСТВОРОВ СОЛЕЙ ТАЛЛИЯ И СВИНЦА

(Краткое содержание доклада)

Изучение спектров поглощения растворов галоидных солей свинца и таллия при различных концентрациях избыточных ионов галоидов показывает, что связи ионов в растворе носят в общем ионно-ковалентный характер; хотя силы связи между ионами и невелики, однако в некоторых случаях можно установить наличие в растворах ассоциатов вполне определенного состава. Так, например, ассоциаты, образующиеся в галоидных растворах Pb^{++}, не представляют собой каких-либо прочных химических соединений ковалентного характера. Все они обладают спектром поглощения в виде триплета. Это, несомненно, указывает на то, что ионы Pb^{++} (которые предположительно обусловливают появление этого триплета) в общем сохраняют в ассоциатах свою индивидуальность. В случае же водно-щелочных растворов солей свинца обнаружены весьма прочные ассоциаты. В этих растворах наблюдались две полосы (209 mμ и 240—242 mμ), положение которых очень мало меняется с изменением концентрации C_{OH^-} в интервале 0,025 ÷ 12 моль л$^{-1}$. Ассоциат иона таллия, напротив, непрочен. Так, при увеличении C_{OH^-} в спектрах поглощения водно-щелочных растворов солей таллия появляется новая полоса в более длинноволновой области спектра, интенсивность которой растет с повышением C_{OH^-}. Для выяснения сравнительной прочности ассоциатов авторы исследовали полианионные растворы типа Me + KHal + KOH. Для солей свинца вплоть до отношений концентра-

ций $C_{Br^-}/C_{OH^-}=100$ не наблюдается никаких существенных изменений в спектре, тогда как для солей таллия уже при $C_{Br^-}/C_{OH^-}=4$ происходит полная перестройка спектров, и кривая поглощения такого раствора воспроизводит спектр поглощения раствора бромистого таллия. На такое различие в поведении водно-щелочных растворов таллия и свинца указывает также исследование люминесценции. Так, яркожелтое свечение щелочных растворов солей свинца (максимум при 550 mμ) практически не меняется при введении в растворы в больших количествах гидроксил-ионов, ионов брома или хлора. В случае же таллиевых растворов наличие незначительной концентрации ионов OH^- в щелочно-галоидном растворе приводит к сильному тушению люминесценции. По мнению авторов ассоциаты, образующиеся в водных щелочно-галоидных и щелочных растворах таллия и свинца, представляют различные случаи ионно-ковалентной связи, где степень ионной (ковалентной) связи может изменяться в значительной степени при переходе от одного ассоциата к другому.

Киевский гос. университет
им. Т. Г. Шевченко

К. И. ТАГАНОВ

КОНТАКТНЫЙ ЭЛЕКТРОИСКРОВОЙ ОТБОР ПРОБЫ ДЛЯ СПЕКТРАЛЬНОГО АНАЛИЗА

(Краткое содержание доклада)

До настоящего времени электрический отбор пробы для спектрального анализа методом переноса производился в разряде, когда подставной электрод и исследуемый образец разделены промежутком. Автор показывает, что можно создать условия, при которых перенос будет осуществляться только при соприкосновении электродов. Этот способ переноса назван контактно-электроискровым. Схема установки состоит из источника постоянного тока напряжением 120 V, который через ограничивающее сопротивление заряжает батарею конденсаторов (до 250 μF). Параллельно этой батарее приключены электроды (подставной электрод — проба), которые при помощи специального механизма периодически замыкаются. Ограничивающее сопротивление обычно выбирается таким, чтобы ток короткого замыкания не превышал 3 A. На большом количестве сплавов было выяснено, что на подставной электрод переносятся все сплавы, если материал этого электрода обладает высокой эрозионной устойчивостью. В качестве такого материала была выбрана медь.

Спектральный анализ продуктов переноса показал, что существует связь между интенсивностью спектральных линий компонентов перенесенного сплава и их концентрацией в исходных материалах. Сопоставление спектров продуктов переноса со спектрами исследуемых образцов показало, что состав перенесенного материала не всегда соответствует исходному составу. Различие в поведении отдельных компонентов сплава связано, повидимому, с физико-химическими процессами (летучесть, сродство к кислороду). Однако это не может, очевидно, служить препятствием для установления спектрально-аналитических закономерностей.

В работе приведены оптимальные режимы и параметры схемы, а также конструкции пробоотбирателей. Описана также схема переносной установки с питанием от сети переменного тока, предназначенная для отбора пробы вне лаборатории.

Д. М. ШВАРЦ

КОЛИЧЕСТВЕННЫЙ СПЕКТРАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ ПРИМЕСЕЙ В НИКЕЛЕ ВЫСОКОЙ ЧИСТОТЫ

(Краткое содержание доклада)

Автором разработана сравнительно простая спектральная методика анализа никеля высокой чистоты на содержание Cd, As, Zn, Bi, Sn, Sb, Pb, Fe, Mn, Mg, Cu, Co и Si в интервале концентраций 0,0005÷0,0008% и выше по постоянному графику. В целях исключения влияния формы, массы и технологии изготовления анализируемых образцов применен способ перевода пробы в порошок окислов никеля, получаемых из азотнокислых растворов. Эталоны также готовятся в виде порошков.

Спектры проб возбуждаются в дуге постоянного тока (400 V, 6 A). Окисный порошок помещается в кратер угольного электрода, включенного в анод; после спекания порошка под действием температуры дуги пятно дуги переводится на спек, который превращается в расплав окислов; при этом получают спектрограмму для определения легко летучих примесей — Cd, As. Спек окислов переносится затем на новый угольный электрод, также включаемый в анод дуги, и по полученному спектру определяются летучие примеси — Zn, Pb, Bi, Sn. Наконец, корольки окислов переносят на новый уголь, включаемый в качестве катода дуги, и по спектру определяют содержание Fe, Mn, Mg, Si, Co, Cu. Вероятные относительные погрешности однократного измерения для различных элементов колеблются в пределах $\pm 3 \div 15\%$.

Анализ одной пробы никеля на одиннадцать элементов занимает 3,5—4 часа.

Институт «Гипроникель»

СОДЕРЖАНИЕ

Стр.

Фок В. А.— Об уравнении Шредингера для атома гелия 161

МАТЕРИАЛЫ СЕССИИ ОТДЕЛЕНИЯ ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИХ НАУК АН СССР И СОВЕЩАНИЙ ПО β-γ-СПЕКТРОСКОПИИ

Павинский П. П. — О движении электронов в магнитных спектрометрах с неоднородным полем 175
Башилов А. А. и Бернотас В. И. — Расчет электронных изображений в кэтроне . 192
Кельман В. М., Каминский Д. Л. и Романов В. А. — Большой призменный β-спектрометр с двумя магнитными линзами 209
Золотавин А. В. и Садковский В. С. — Расчет электронно-оптических параметров β-спектрометра с двойной фокусировкой электронного пучка 215
Саулит В. Р.— К вопросу нахождения аналитического вида траекторий заряженных частиц в магнитных полях осевой симметрии, применяемых в современных β-спектрометрах 227
Саулит В. Р. — К вопросу фокусировки плоского пучка заряженных частиц магнитным полем, меняющимся вдоль одной декартовой координаты 233
Зельдович Я. Б. — Использование разрешенных β-превращений для определения взаимодействия, вызывающего β-распад 243

МАТЕРИАЛЫ VIII ВСЕСОЮЗНОГО СОВЕЩАНИЯ ПО СПЕКТРОСКОПИИ
(Краткие содержания докладов)

Северный А. Г. и Мустель Э. Р.— Исследование спектров хромосферных вспышек на Солнце 249
Каландадзе Н. Б. и Бартая Р. А.— О спектральных определениях абсолютных величин слабых звезд в Абастуманской астрофизической обсерватории . . . . —
Фриш С. Э. — Количественный спектральный анализ газовых смесей 251
Вайнштейн Л. А. и Яворский Б. М. — Приближенный метод вычисления вероятностей оптических переходов . . . . —
Бочкова О. П. — Абсорбционный метод анализа двухкомпонентных смесей газа . 252
Кушников Ю. А. — Влияние азота на спектр поглощения паров ртути . . . . —
Шухтин А. М. — Определение концентраций нормальных атомов в разряде . . 253
Захарова В. М. и Каган Ю. М. — Спектроскопическое исследование распределения электронов по скоростям в положительном столбе газового разряда 254
Семенова О. П. — Перераспределение интенсивности в спектрах Zn и Ca в зависимости от давления . . . . —
Городничус Г. А. — Влияние температуры на ударное расширение резонансной линии ртути 255
Кандыба В. В.— Об излучательной способности спектральных линий паров металла в пламени 256
Михалевский В. Д. и Мочалов К. Н. — Спектроскопическое исследование свечения факельного разряда и его температуры . . . . —
Носков М. М. и Скорняков Г. П.— О некоторых особенностях строения облака дугового разряда 257
Райхбаум Я. Д. и Крестьянинов А. Г. — К вопросу об электрической эрозии металлов в искровом разряде 258
Рудневский Н. К. и Мухин Г. А. — Некоторые особенности поступления алюминия и кремния в разряд дуги при изменении состава двойного алюминиево-кремниевого сплава . . . . —
Люличев А. Н. и Палатник Л. С. — Применение спектрального анализа к исследованию процессов электроискровой обработки 259
Алексеев М. А. — Зависимость абсолютных концентраций атомов никеля в дуговом разряде от молекулярного состава пробы 260
Боровик-Романова Т. Ф. — Исследование поступления отдельных составных частей минеральных проб из углубления угольного электрода в пламя дуги постоянного тока 261
Мандельштам С. Л. — Возбуждение спектра в канале искрового разряда . . . . —
Воронцов Е. И. — Количественный спектральный анализ при возбуждении спектра мощным импульсным разрядом 262

Стр.

Ворсин А. Н. — Использование импульсного разряда для возбуждения трудно-возбудимых элементов . . . 262
Брицке М. Э. — Специальные режимы горения дуги переменного тока . . . 263
Фетисов В. Ф. — Модернизация искрового генератора ИГ-2 . . . —
Абрамсон И. С., Стерин Х. Е. и Могилевский А. Н. — Фотоэлектрические методы регистрации спектров и установка лаборатории Комиссии по спектроскопии . 264
Дианов-Клоков В. И. — Автоматический спектрофотометр — приставка к спектрографу . . . 265
Ковалевский В. А. — Фотоэлектрический фотометр для измерения интенсивности спектральных линий . . . 266
Купревич Н. Ф. — Фотоэлектрический спектрофотометр для Солнца . . . —
Соболева Г. А. — Распределение интенсивности в спектральных линиях в зависимости от характера освещения щели спектрографа . . . —
Геркен Е. Б. и Иванцов Л. М. — Селективные потери света вследствие диафрагмирования свечения дуги электродами и оптикой спектральной установки . . . 267
Остроумов В. А. и Крамп Л. И. — Новая модель спектрометра для изучения диспергирующих элементов . . . —
Добронравин П. П. и Никонов В. Б. — Прибор для записи распределения энергии в спектрах звезд . . . 268
Шаевич А. Б. — О методологии исследования эталонов для спектрального анализа . . . —
Филимонов Л. Н. — О применении откорректированных синтетических эталонов при спектральном анализе . . . 269
Фишман И. С. — О применении стандартных графиков при спектральном анализе . . . —
Гольдман Л. С. — Некоторые методические усовершенствования, направленные к стандартизации спектрального анализа . . . 270
Буравлев Ю. М. — Исследование процесса обыскривания и влияния термической обработки при спектральном анализе сталей . . . —
Некрасов Б. Я., Мишарин Г. И., Саранчук Е. И., Сухенко К. А., Фишман И. С. и Яковлева Н. П. — Объективный метод спектрального экспресс-анализа, его преимущества и результаты внедрения в производство . . . 271
Штутман М. Н. — Применение растворов при спектральном определении примесей в стали и огнеупорах . . . —
Винниченко Э. Н., Зайдель А. Н. и Калитеевский Н. И. — Применение метода добавок в спектральном анализе . . . 272
Махнев Ю. А., Симанов В. А. и Шаврин А. М. — Использование метода разбавления при спектральном анализе порошков . . . —
Пейзулаев Ш. И. — Уравнение характеристической кривой фотопластинки в области недодержек и его применение в спектральной фотометрии . . . 273
Райский С. М. и Халитов Р. Ш. — Фотометрические свойства спектральных пластинок НИКФИ . . . 274
Айдаров Т. К. — О методике количественного спектрального анализа, основанного на измерении ширины изображения спектральной линии . . . —
Введенский Л. Е. — Влияние атмосферного давления на интенсивность спектральных линий при искровом разряде . . . 275
Калманович И. З. — Количественное определение элементов в сплавах на стилоскопе методом переноса пробы . . . —
Гегечкори Н. М. — Спектроскопическая методика определения состава стекол 276
Корицкий В. Г. — Проект стандартной методики маркировочного спектрального анализа сталей . . . —
Сорокина Н. Н. — К вопросу о количественном спектральном анализе для большого диапазона концентраций . . . 277
Комаровский А. Г. — Количественный спектральный анализ высоколегированных сталей и жаропрочных сплавов и рациональная система эталонов для его проведения . . . —
Куделя Е. С. — Спектральный анализ сварных автоматных швов . . . 278
Куделя Е. С., Демьянчук А. С. и Рябушко О. П. — Определение фосфора в сталях и оловянисто-фосфористых бронзах на стилоскопе . . . 279
Гаргер К. С. и Умнов В. Д. — О спектре бессемеровского пламени . . . —
Буянов Н. В., Поллюль Ю. П. и Цветкова Н. Н. — О взаимном влиянии материала верхнего и нижнего электродов при спектральном анализе черных металлов . . . 280
Шварц Д. М. и Нилова И. С. — Спектральный анализ кобальта высокой чистоты . . . —
Нестеренко В. К., Россихин В. С. и Цикора И. Л. — Спектральный анализ малых примесей меди, свинца, висмута и железа в олове . . . 281
Макулов Н. А. — Спектральный анализ алюминиевых бронз и латуней с применением генератора дуги Свентицкого . . . 282
Павозкова Л. С. — Спектральный анализ марганцовистых латуней . . . 283

Стр.

Брицке М. Э., Геркен Е. Б., Зданович И. Д., Иванцов Л. М., Кафанова Т. А., Малинина В. И., Миронова Е. А. и Полякова В. В. — Спектрографическое определение примесей в свинце, веркблее, ватержакетных шлаках и некоторых порошках . . . . —

Писарев В. Д., Корнилов А. В. и Кострова З. П.—Спектральный анализ оловянистых баббитов 284

Грановский И. В. и Кузьмина Н. П. — Спектральный анализ мартеновских и доменных шлаков из растворов 285

Никитина О. И. — О спектральном анализе шлаков . . . . —

Яковлев Б. М. и Порхунова А. Я. — Спектральный анализ шлаков 286

Налимов В. В. и Ионова К. И.— К вопросу о влиянии «третьих элементов» при спектральном анализе шлаков с искровым возбуждением . . . . —

Боровик С. А. — Новый прием использования дуги постоянного и переменного тока для спектрального анализа пород и минералов 287

Русанов А. К. — Горизонтальная дуга переменного тока как источник возбуждения спектра руд и минералов 288

Лесникова Е. Н. — Спектральный анализ руд на содержание титана и ванадия . . —

Райхбаум Я. Д. и Костюкова Е. С. — Спектральный анализ при контроле процессов обогащения руд цветных металлов 289

Груздева Н. И., Доронина В. Н. и Федоров М. Ф. — Количественный спектральный анализ бедных продуктов обогащения руд . . . . —

Надеждина А. А. — Промышленное применение спектрального метода анализа железных руд на Белорецком металлургическом комбинате 290

Клер М. М. — Методика приближенного количественного спектрального анализа 291

Белоусова М. И. — Методика полуколичественного спектрального анализа руд —

Сухенко К. А. — Изготовление и исследование эталонов для спектрального анализа 292

Кане С. И. и Клер М. М. — Количественный спектральный анализ при производстве нормального электрокорунда . . . . —

Малкова О. П. и Рудневский Н. К. — Спектральный анализ пудры на кремний и свинец при производстве синтетического корунда 293

Педан Г. А. — Методика количественного спектрального анализа динаса и кварцитов . . . . —

Кока П. А. и Саломатина Г. А. — Спектрографическое определение примесей в доломите и динасе 294

Иванов Д. Н. — Опыт применения интерференционных светофильтров для определения натрия и калия в почвах . . . . —

Ивагина П. Н. — Спектральное определение магния в извести 295

Зильберштейн Х. И. и Никитина О. Н. — Спектральное определение малых количеств кремния и алюминия в растворах. . . . . —

Колесников Н. Н. — Спектральный анализ стронция в апатитах. . . . . —

Колосова В. М. и Пашкова В. И. — Спектрографическое открытие свинецсодержащих ядов во внутренних органах животного организма 296

Дорфман С. И. и Шипицын С. А.— Количественное определение некоторых элементов в головном мозгу человека . . . . —

Феофилов П. П. и Кузнецова Л. А. — Спектрально-люминесцентный метод определения содержания хрома в синтетических рубинах 297

Калинин С. К., Явнель А. А. и Неймарк Л. Э. — Атлас дугового и искрового спектров железа . . . . —

Непорент Б. С., Зелинский В. В. и Клочков В. П. — Сравнительное исследование спектров сложных органических соединений в парах и растворах —

Шишловский А. А. — Микроспектроабсорбционные исследования галоидных солей таллия и свинца 298

Белый М. У. и Шишловский А. А. — Спектры поглощения щелочных растворов солей таллия и свинца . . . . —

Таганов К. И. — Контактный электроискровой отбор пробы для спектрального анализа 299

Шварц Д. М. — Количественный спектральный анализ примесей в никеле высокой чистоты . . . . —

ИСПРАВЛЕНИЕ

Редакция просит исправить допущенные по ее вине ошибки в № 1 журнала за этот год: 1) на стр. 152 на рис. 2 масштаб должен быть указан не 1 : 10, а 1 : 20, 2) на стр. 154 подпись к рис. 4 должна быть следующая: Рис. 4. *F*-линия ThB, снятая на β-спектрометре при различных условиях: *а* — диафрагма — отверстие ф 30 мм, приемная щель шириной 2 мм; *б* — диафрагма — вертикальная щель шириной 12 мм, приемная щель та же, что в *а*; *в* — диафрагма — та же, что в *б*, но приемная щель шириной 1 мм, *г* — то же, что и *а*, но с выключенной фокусирующей линзой и вертикально расположенной приемной щелью.

Совещание по ферритам

(Ленинград, 1—5 февраля 1954 г.)